

Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός  
στα Μαθηματικά «Ο ΘΑΛΗΣ»  
Οργανωμένη προετοιμασία  
για τον διαγωνισμό του 2018.

Η ομάδα μας στο facebook:  
ΘΑΛΗΣ: Β' & Γ' Γυμνασίου.  
Προετοιμασία για τον  
διαγωνισμό του 2018.

Τετάρτη, 12-Σεπ-2018

## ΤΑΞΗ Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

2

### ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ - ΣΕΙΡΑ 2<sup>η</sup> ❖ ΕΚΔΟΣΗ 3<sup>η</sup> - ΕΚΤΕΝΕΙΣ ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:

$$A = \left[ \left( 11 - \frac{48}{6} \right)^5 - \left( 4 + \frac{42}{7} \right) \cdot |-10| + 7 \right] : 15 - 9 \cdot \left[ (-3)^2 + (-2)^3 \right]$$

#### Απάντηση

Εκτελούμε τις πράξεις και έχουμε:

$$\begin{aligned} A &= \left[ \left( 11 - \frac{48}{6} \right)^5 - \left( 4 + \frac{42}{7} \right) \cdot |-10| + 7 \right] : 15 - 9 \cdot \left[ (-3)^2 + (-2)^3 \right] \\ &= \left[ (11 - 8)^5 - (4 + 6) \cdot 10 + 7 \right] : 15 - 9 \cdot \left[ (+9) + (-8) \right] \\ &= (3^5 - 100 + 7) : 15 - 9 \cdot (9 - 8) \\ &= (243 - 100 + 7) : 15 - 9 \cdot 1 \end{aligned}$$

.....

.....

.....

.....

.....

#### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Ένας παλαιοπώλης αγόρασε δυο παλαιά έπιπλα Α και Β αντί 400 € και τα δυο μαζί. Μετά τη συντήρησή τους τα πούλησε 670 €. Αν το έπιπλο Α το πούλησε με κέρδος 80% και το έπιπλο Β το πούλησε με κέρδος 60%, επί της τιμής αγοράς τους, να βρείτε πόσο αγόρασε το καθένα από τα έπιπλα Α και Β.

#### Απάντηση

Αν πουλούσε και τα δύο έπιπλα με κέρδος 60%, τότε θα εισέπραττε:

$$400 + \frac{60}{100} \cdot 400 = 300 + 240 = 640 \text{ €}.$$

Όμως εισέπραξε 670 €, δηλαδή  $670 - 640 = 30$  € περισσότερα. Τα επιπλέον χρήματα που εισέπραξε οφείλονται στο επιπλέον ποσοστό κατά  $80\% - 60\% = 20\%$ , επί της τιμής αγοράς, που πούλησε το έπιπλο Α. Επομένως:

- Το 20% της τιμής αγοράς του επίπλου Α αντιστοιχεί σε 30 €

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Δύο φυσικοί αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  με  $\alpha > \beta$  έχουν λόγο  $\frac{11}{7}$ . Η διαίρεση του  $\alpha$  με το 17 δίνει πηλίκο 14 και υπόλοιπο  $u$ , ενώ η διαίρεση του  $\beta$  με το 13 δίνει πηλίκο 12 και υπόλοιπο  $u'$ . Αν ισχύει  $u = 3u'$ , να βρείτε τους δυο φυσικούς αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$ .

#### Απάντηση

Από τις Ευκλείδειες διαιρέσεις προκύπτει ότι:

- $\alpha = 17 \cdot 14 + u$ , όπου  $u$  φυσικός αριθμός με  $u < 17$
- $\beta = 13 \cdot 12 + u'$ , όπου  $u'$  φυσικός αριθμός με  $u' < 13$

Έχουμε διαδοχικά:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{11}{7}$$

$$7\alpha = 11\beta$$

$$7(17 \cdot 14 + u) = 11(13 \cdot 12 + u')$$

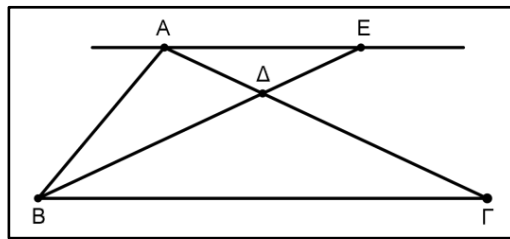
$$1666 + 7u = 1716 + 11u'$$

$$7u - 11u' = 50$$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

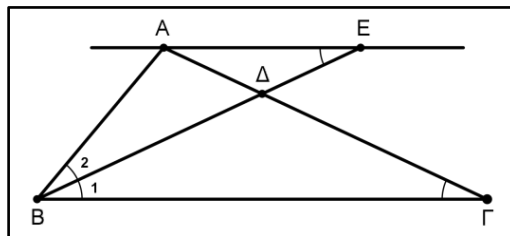
#### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$ . Η διχοτόμος  $B\Delta$  του τριγώνου προεκτεινόμενη τέμνει την παράλληλη από το  $A$  προς τη  $B\Gamma$  στο σημείο  $E$ . Να αποδείξετε ότι  $\Delta B = \Delta\Gamma$  και  $AB = AE$ .



#### Απάντηση

- Επειδή η  $B\Delta$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $\hat{B}$  ισχύει ότι  $\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \frac{\hat{B}}{2}$ . Όμως  $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$ , δηλαδή  $\frac{\hat{B}}{2} = \hat{\Gamma}$ . Άρα  $\hat{B}_1 = \hat{\Gamma}$ , οπότε το τρίγωνο  $\Delta B\Gamma$  είναι ισοσκελές, με  $\Delta B = \Delta\Gamma$ .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

#### Σημείωση

- Η πρόταση «Οι προσκείμενες γωνίες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες» είναι γνωστή από την ύλη της Α΄ τάξης Γυμνασίου.
- Η αντίστροφη πρόταση «Αν δυο γωνίες ενός τριγώνου είναι ίσες τότε οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες» δεν αναφέρεται στην ύλη του Γυμνασίου, αλλά της Α΄ τάξης Λυκείου. Παρόλα αυτά χρησιμοποιείται πολλές φορές κατά τη απάντηση των θεμάτων του διαγωνισμού «Ο ΘΑΛΗΣ».
- Οι δύο παραπάνω προτάσεις συνοψίζονται στην εξής πρόταση «Ένα τρίγωνο είναι ισοσκελές αν και μόνο αν έχει δυο γωνίες του ίσες».
- Αντίστοιχα ισχύει και για το ισόπλευρο τρίγωνο. «Ένα τρίγωνο είναι ισόπλευρο αν και μόνο αν έχει όλες τις γωνίες του ίσες με  $60^\circ$ ».

Τις απαντήσεις επιμελήθηκαν οι εκπαιδευτικοί:

Βασίλης Παπαδημητρίου, Μαθηματικός του Γυμν. Μώλου  
Κώστας Σουφλήρης, Μαθηματικός του Γυμν. Σπερχειάδας

Συντονισμός - Γενική επιμέλεια:

Δημ. Σπαθάρας  
Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών