Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός στα Μαθηματικά «Ο ΘΑΛΗΣ»

Οργανωμένη προετοιμασία για τον διαγωνισμό του 2018.

Η ομάδα μας στο facebook:

ΘΑΛΗΣ: Β' & Γ' Γυμνασίου. Προετοιμασία για τον διαγωνισμό του 2018.

Τετάρτη, 26-Σεπ-2018

ΤΑΞΗ Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

4

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ - ΣΕΙΡΑ 4η ❖ ΕΚΔΟΣΗ 3η - ΕΚΤΕΝΕΙΣ ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Να διατάξετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο τους παρακάτω αριθμούς α, β, γ, δ.

$$\alpha = 8^{11},\ \beta = 32^{7},\ \gamma = 16^{8},\ \delta = 4^{17}$$

Απάντηση

Έχουμε:

$$\alpha = 8^{11} = \left(2^3\right)^{11} = 2^{33}$$

$$\beta = 32^{7} = \left(2^5\right)^{7} = 2^{35}$$

$$\gamma = 16^{8} = \left(2^4\right)^{8} =$$

$$\delta = 4^{17} = \left(2^2\right)^{17} =$$

……

……

ΘΕΜΑ 2ο

Ένας υπάλληλος ξόδεψε το 25% του μηνιαίου μισθού του για αγορά τροφίμων της οικογένειας. Στη συνέχεια, από τα χρήματα που του έμειναν, ξόδεψε το 30% για αγορά ρουχισμού. Στο τέλος, μετά από αυτές τις αγορές, του έμειναν 630 €. Να βρείτε:

Α) Ποιος είναι ο μηνιαίος μισθός του υπαλλήλου.

Β) Ποιο είναι το ποσοστό του μηνιαίου μισθού του, που ξόδεψε συνολικά.

Απάντηση

Α) Μετά την αγορά του ρουχισμού του έμειναν 630 €. Τα χρήματα αυτά αποτελούν το $100\% - 30\% = 70\%$ των χρημάτων που του έμειναν μετά την αγορά των τροφίμων. Για τα χρήματα που του έμειναν μετά την αγορά των τροφίμων έχουμε:

- **Το 70% των χρημάτων μετά την αγορά των τροφίμων αντιστοιχεί σε 630 €**
- **Το 1% των χρημάτων μετά την αγορά των τροφίμων αντιστοιχεί σε $630 : 70 = 9$ €**
- **Το 100% των χρημάτων μετά την αγορά των τροφίμων αντιστοιχεί σε $9 \cdot 100 = 900$ €**

Επομένως τα χρήματα που του έμειναν μετά την αγορά των τροφίμων είναι 900 €.

Τα 900 € αποτελούν το $100\% - 25\% = 75\%$ του μηνιαίου μισθού του υπαλλήλου. Για το μηνιαίο μισθό του έχουμε:

- **Το 75% των χρημάτων του μηνιαίου μισθού του αντιστοιχεί σε 900 €**
- **Το 1% των χρημάτων του μηνιαίου μισθού του αντιστοιχεί σε $900 : 75 = 12$ €**
- **Το 100% των χρημάτων του μηνιαίου μισθού του αντιστοιχεί σε $12 \cdot 100 = 1200$ €**

Επομένως ο μηνιαίος μισθός του υπαλλήλου είναι

……

……

……

……

……

ΘΕΜΑ 3ο

Όλα τα ψηφία ενός θετικού ακέραιου αριθμού Α είναι ίσα με 5 ή 6. Να βρεθεί ο μικρότερος αριθμός Α αν αυτός διαιρείται με το 3 και με το 4.

Απάντηση

Για να διαιρείται ένας αριθμός με το 4 πρέπει το τελευταίο διψήφιο τμήμα του να διαιρείται με το 4. Οι δυνατές περιπτώσεις για το τελευταίο διψήφιο τμήμα του αριθμού Α είναι 55 ή 56 ή 65 ή 66. Από αυτούς μόνο ο 56 διαιρείται με το 4. Επομένως το τελευταίο διψήφιο τμήμα του Α είναι 56.

Για να διαιρείται ένας αριθμός με το 3 πρέπει το άθροισμα των ψηφίων του να διαιρείται με το 3.

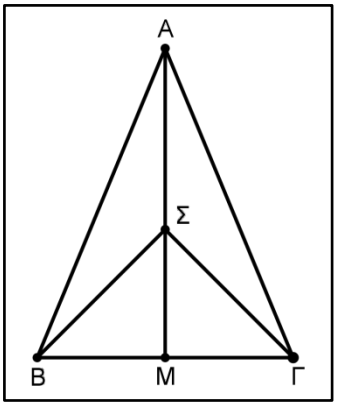
- **Αν υποθέσουμε ότι ο Α είναι διψήφιος τότε $A = 56$, ο οποίος δεν διαιρείται με το 3.**
- **Αν υποθέσουμε ότι ο Α είναι τριψήφιος τότε $A = 556$ ή $A = 656$, οι οποίοι δεν διαιρούνται με το 3.**
- **Αν υποθέσουμε ότι ο Α είναι τετραψήφιος τότε $A = 5556$ ή $A = 5656$ ή $A = 6556$ ή $A = 6656$. Από αυτούς μόνο ο**

……

……

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = A\Gamma$. Φέρνουμε τη διάμεσο ΑΜ και από ένα σημείο Σ της διαμέσου ΑΜ φέρνουμε τα ευθύγραμμα τμήματα ΣΒ και ΣΓ.

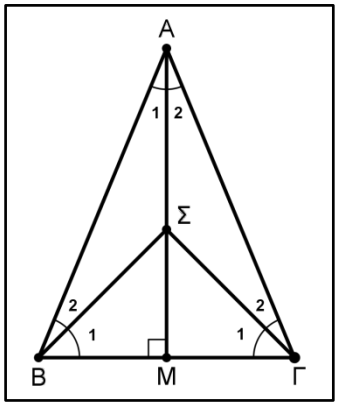


Α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΣΒΓ είναι ισοσκελές.

Β) Αν επιπλέον ισχύει $\Sigma A = \Sigma B$ και $\Sigma\hat{B}\Gamma = B\hat{A}\Gamma$ να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΣΒΓ είναι ορθογώνιο.

Απάντηση

Α) Στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = A\Gamma$ η διάμεσος ΑΜ είναι και ύψος του τριγώνου, άρα είναι μεσοκάθετος της πλευράς ΒΓ. Τα σημεία της μεσοκαθέτου ΑΜ ισαπέχουν από τα Β και Γ, επομένως $\Sigma B = \Sigma\Gamma$, που σημαίνει ότι το τρίγωνο ΣΒΓ είναι ισοσκελές.



Β) Έστω ότι $\Sigma\hat{B}\Gamma = B\hat{A}\Gamma = \hat{\phi}$. Τότε έχουμε:

- **$\hat{B}_1 = \hat{\Gamma}_1 = \hat{\phi}$ επειδή το τρίγωνο ΣΒΓ είναι ισοσκελές.**
- **$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \dfrac{\hat{\phi}}{2}$ επειδή η διάμεσος ΑΜ του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ με $AB = A\Gamma$ είναι και διχοτόμος του.**
- **$\hat{A}_1 = \hat{B}_2$ και $\hat{A}_2 = \hat{\Gamma}_2$ επειδή τα τρίγωνα ΣΑΒ και ΣΑΓ είναι ισοσκελή αφού ισχύει $\Sigma A = \Sigma B = \Sigma\Gamma$. Επομένως $\hat{A}_1 = \hat{B}_2 = \hat{A}_2 = \hat{\Gamma}_2 = \dfrac{\hat{\phi}}{2}$.**

Κάνοντας χρήση του αθροίσματος των οξιών γωνιών του ορθογωνίου τριγώνου ΑΜΒ υπολογίζουμε τη γωνία $\hat{\phi}$. Έχουμε διαδοχικά:

Τις απαντήσεις επιμελήθηκαν οι εκπαιδευτικοί:

Βασίλης Παπαδημητρίου, Μαθηματικός του Γυμν. Μώλου
Κώστας Σουφλέρης, Μαθηματικός του Γυμν. Σπερχειάδας

Συντονισμός - Γενική επιμέλεια:

Δημ. Σπαθάρας
Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών