Πανελλήνιος Μαθητικός Διαγωνισμός στα Μαθηματικά «Ο ΘΑΛΗΣ»

Οργανωμένη προετοιμασία για τον διαγωνισμό του 2018.

Η ομάδα μας στο facebook:

ΘΑΛΗΣ: Β' & Γ' Γυμνασίου. Προετοιμασία για τον διαγωνισμό του 2018.

Τετάρτη, 24-Οκτ-2018

ΤΑΞΗ Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

8

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ - ΣΕΙΡΑ 8η ❖ ΕΚΔΟΣΗ 3η - ΕΚΤΕΝΕΙΣ ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:

$$A=\left[\left(\frac{36}{4}-\frac{63}{9}\right)^6-\left(\frac{5}{6}-\frac{7}{3}-\frac{5}{2}\right)^3+\left(7+\frac{28}{7}\right)\cdot|-2|\right]:15-\left[(-5)^2-(-2)^4\right]$$

Απάντηση

Εκτελούμε τις πράξεις και έχουμε:

$$A=\left[\left(\frac{36}{4}-\frac{63}{9}\right)^6-\left(\frac{5}{6}-\frac{7}{3}-\frac{5}{2}\right)^3+\left(7+\frac{28}{7}\right)\cdot|-2|\right]:15-\left[(-5)^2-(-2)^4\right]$$

$$=\left[(9-7)^6-\left(\frac{5}{6}-\frac{14}{6}-\frac{15}{6}\right)^3+(7+4)\cdot 2\right]:15-\left[(+25)-(+16)\right]$$

$$=\left[2^6-\left(\frac{-24}{6}\right)^3+11\cdot 2\right]:15-(25-16)$$

$$=\left[64-(-4)^3+22\right]:15-9$$

……

……

……

ΘΕΜΑ 2ο

Ένα βαρέλι όταν είναι κατά 15% άδειο, περιέχει 60 λίτρα περισσότερο κρασί από όταν είναι 45% γεμάτο. Πόσα λίτρα κρασί περιέχει το βαρέλι όταν είναι πλήρες;

Απάντηση

Όταν το βαρέλι είναι κατά 15% άδειο τότε είναι κατά $100\%-15\%=85\%$ γεμάτο και περιέχει 60 λίτρα περισσότερο κρασί από όταν είναι 45% γεμάτο. Επομένως το ποσοστό της χωρητικότητας του βαρελιού, στο οποίο αντιστοιχούν τα 60 λίτρα κρασί είναι η διαφορά:

$$85\%-45\%=40\%$$

- **Το 40% της χωρητικότητας του βαρελιού αντιστοιχεί σε 60 λίτρα κρασί.**

- **Το 1% της χωρητικότητας του βαρελιού αντιστοιχεί σε $60:40=1,5$ λίτρα κρασί.**

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

ΘΕΜΑ 3^{ο}

Να βρεθεί ο μικρότερος θετικός ακέραιος α, ο οποίος είναι πολλαπλάσιο του 25 και διαιρούμενος με 8, 9, 10 δίνει κάθε φορά υπόλοιπο 5.

Απάντηση

Ένας αριθμός διαιρείται με το 25 αν το τελευταίο διψήφιο τμήμα του διαιρείται με το 25. Άρα το τελευταίο διψήφιο τμήμα του αριθμού α πρέπει να είναι 00 ή 25 ή 50 ή 75.

Επιπλέον έχουμε ότι:

- **$\alpha = \text{πολ.}8+5$ ή $\alpha-5=\text{πολ.}8$**
- **$\alpha = \text{πολ.}9+5$ ή $\alpha-5=\text{πολ.}9$**
- **$\alpha = \text{πολ.}10+5$ ή $\alpha-5=\text{πολ.}10$**

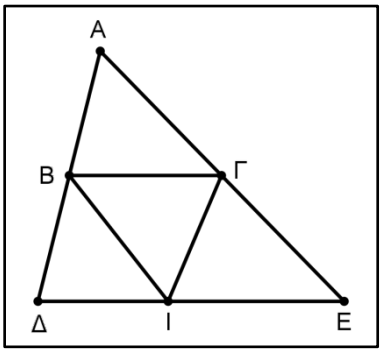
Επομένως ο αριθμός $\alpha-5$ είναι πολλαπλάσιο του $\text{ΕΚΠ}(8,9,10)=360$, δηλαδή οι πιθανές τιμές του είναι

……

……

……

ΘΕΜΑ 4^{ο}



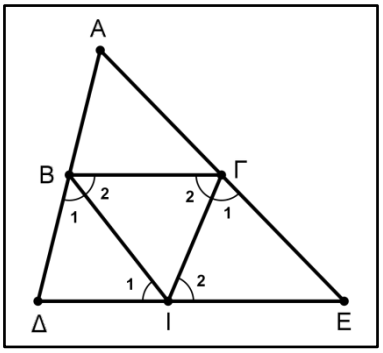
Σε τρίγωνο ΑΒΓ και οι διχοτόμοι των εξωτερικών γωνιών των κορυφών Β και Γ τέμνονται στο Ι. Η παράλληλη από το Ι προς την ΒΓ τέμνει την προέκταση ΑΒ στο Δ και την προέκταση της ΑΓ στο Ε. Να δείξετε ότι $\Delta E=\Delta B+E\Gamma$.

Απάντηση

Έχουμε:

- **$\hat{B}_1=\hat{B}_2$ επειδή η ΒΙ είναι διχοτόμος της εξωτερικής γωνίας της κορυφής Β του τριγώνου ΑΒΓ.**

- $\hat{I}_1 = \hat{B}_2$ **ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΔΕ || ΒΓ που τέμνονται από την ΒΙ.**



Άρα $\hat{B}_1 = \hat{I}_1$, οπότε το τρίγωνο ΔΒΙ είναι ισοσκελές με ΔΙ = ΔΒ.

Επίσης:

- $\hat{\Gamma}_1 = \hat{\Gamma}_2$ **επειδή η ΓΙ είναι διχοτόμος της εξωτερικής γωνίας της κορυφής Γ του τριγώνου ΑΒΓ.**

……

……

……

……

……

……

<u>Σημείωση</u>

- **Η πρόταση «<u>Οι προσκείμενες γωνίες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες</u>» είναι γνωστή από την ύλη της Α΄ τάξης Γυμνασίου.**
- **Η αντίστροφη πρόταση «<u>Αν δυο γωνίες ενός τριγώνου είναι ίσες τότε οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες</u>» δεν αναφέρεται στην ύλη του Γυμνασίου, αλλά της Α΄ τάξης Λυκείου. Παρόλα αυτά χρησιμοποιείται πολλές φορές κατά τη απάντηση των θεμάτων του διαγωνισμού «Ο ΘΑΛΗΣ».**
- **Οι δύο παραπάνω προτάσεις συνοψίζονται στην εξής πρόταση «<u>Ένα τρίγωνο είναι ισοσκελές αν και μόνο αν έχει δυο γωνίες του ίσες</u>».**
- **Αντίστοιχα ισχύει και για το ισόπλευρο τρίγωνο. «<u>Ένα τρίγωνο είναι ισόπλευρο αν και μόνο αν έχει όλες τις γωνίες του ίσες με 60^o</u>».**

<u>Τις απαντήσεις επιμελήθηκαν οι εκπαιδευτικοί:</u>

Βασίλης Παπαδημητρίου, Μαθηματικός του Γυμν. Μώλου
Κώστας Σουφλέρης, Μαθηματικός του Γυμν. Σπερχειάδας

<u>Συντονισμός - Γενική επιμέλεια:</u>

Δημ. Σπαθάρας
τ. Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών