



Κρυμμένες απαντήσεις στη σύνταξη των ερωτήσεων 'Σ-Λ'

Του Δ. Σπαθάρα, τ. Σχολικού Συμβούλου Μαθηματικών

Στο Α θέμα Μαθηματικών των Πανελλαδικών εξετάσεων που αφορά τη θεωρία, μεταξύ των άλλων ερωτήσεων συνηθίζονται και πέντε ερωτήσεις αντικειμενικού τύπου 'Σ-Λ'. Στην παρούσα εργασία θα μάθουμε πώς να αποκαλύπτουμε την απάντηση που πολλές φορές βρίσκεται σε λανθάνουσα κατάσταση κρυμμένη μέσα στη ίδια την ερώτηση.

Το μυστικό βασίζεται στη λεκτική διατύπωση των ερωτήσεων. Όσες ερωτήσεις περιέχουν εκφράσεις όπως «για κάθε», «πάντοτε», «υποχρεωτικά» ή «κατ' ανάγκη» συνήθως παραπέμπουν στη απάντηση «ΛΑΘΟΣ». Όσες δεν περιέχουν κάποια τέτοια έκφραση συνήθως παραπέμπουν στην απάντηση «ΣΩΣΤΟ». Στις παρακάτω εικόνες μπορείτε να δείτε τις εκφράσεις αυτές.

Για <u>κάθε</u> συνάρτηση παρουσιάζει ακριβώς ένα	δύο συναρτήσεις ζυγί <u>πάντοτε</u> ότι	ση f είναι γνησίως <u>επίμονη</u> είναι <u>υποχρεωτικά</u>	ε $f(\alpha) < 0$ και $f(\beta) > 0$ τότε <u>κατ' ανάγκη</u>
---	---	--	--

Αλλά ας εφαρμόσουμε στη πράξη τη μέθοδο αυτή. Παρακάτω βλέπουμε το ερώτημα Α4 από τα θέματα των πανελλαδικών εξετάσεων του 2017

α) Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ και $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = 0$.

β) Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με πεδία ορισμού A, B αντίστοιχα, τότε η $g \circ f$ ορίζεται αν $f(A) \cap B \neq \emptyset$.

γ) Για κάθε συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ που είναι παραγωγίσιμη και δεν παρουσιάζει ακρότατα, ισχύει $f'(x) \neq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

δ) Αν $0 < \alpha < 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow -\infty} \alpha^x = +\infty$.

ε) Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης f είναι διάστημα.

Μονάδες 10

Στις ερωτήσεις α) και γ), που περιέχουν την έκφραση «για κάθε», η προτεινόμενη απάντηση είναι «ΛΑΘΟΣ». Στις ερωτήσεις β), δ) και ε), που δεν περιέχουν κάποια σχετική έκφραση από αυτές που αναφέραμε, η προτεινόμενη απάντηση είναι «ΣΩΣΤΟ».

Δηλαδή οι απαντήσεις που προτείνουμε είναι:

α)→Λ β)→Σ γ)→Λ δ)→Σ ε)→Σ

Αν κοιτάξουμε τις απαντήσεις που δίνει η επιτροπή θα διαπιστώσουμε ότι έχουμε επιτυχία 100% Ας εφαρμόσουμε τη μέθοδο σε ένα άλλο παράδειγμα όπως είναι το ερώτημα Α4 των θεμάτων των επαναληπτικών πανελλαδικών εξετάσεων του 2019.

α) Η γραφική παράσταση της $|f|$ αποτελείται από τα τμήματα της γραφικής παράστασης της f που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $X'X$ και από τα συμμετρικά, ως προς τον άξονα $X'X$, των τμημάτων της γραφικής παράστασης της f που βρίσκονται κάτω από αυτόν τον άξονα.

β) Για κάθε συνεχή συνάρτηση f στο διάστημα $[α, β]$, ισχύει:

$$\text{Αν } \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = 0, \text{ τότε } f(x) = 0 \text{ για κάθε } x \in [α, β].$$

γ) Ένα τοπικό μέγιστο μιας συνάρτησης f μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο της f .

δ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$, τότε $f(x) > 0$ για x κοντά στο x_0 .

ε) Μια πολυωνυμική συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ διατηρεί πρόσημο σε κάθε ένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 10

Μόνο η ερώτηση β) περιέχει την έκφραση «για κάθε». Άρα οι απαντήσεις που προτείνουμε είναι:

α) $\rightarrow \Sigma$ β) $\rightarrow \Lambda$ γ) $\rightarrow \Sigma$ δ) $\rightarrow \Sigma$ ε) $\rightarrow \Sigma$

Αν κοιτάξουμε τις απαντήσεις που δίνει η επιτροπή θα διαπιστώσουμε ότι έχουμε επιτυχία 100% Έχουμε όμως πάντοτε εγγυημένη επιτυχία 100%; Η απάντηση είναι όχι. Εξαρτάται από διάφορους παράγοντες. Δίνουμε ορισμένα παραδείγματα για τα οποία δεν μπορούμε να αποφανθούμε, με βάση τα παραπάνω, για την απάντηση.

• Όταν η έκφραση «για κάθε» είναι σε δευτερεύουσα πρόταση και όχι στη κύρια. Π.χ.

β) Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της η εξίσωση $f(x)=y$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς x

• Όταν η πρόταση αφορά ισότητα ή ανισότητα. Π.χ.

γ) Για κάθε $x \in \mathbb{R}_1 = \mathbb{R} - \{x | \sin x = 0\}$ ισχύει: $(\epsilon\phi x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

Υπάρχουν και άλλες περιπτώσεις που δεν μπορούμε να αποφανθούμε για την απάντηση από τη λεκτική διατύπωση μόνο. Γι' αυτό οι μαθητές θα πρέπει να επεξεργαστούν τις ερωτήσεις με βάση μόνο τις γνώσεις τους. Εξ άλλου τα παραπάνω αφορούν τα θέματα παρελθόντων ετών και δεν είναι βέβαιο ότι θα συνεχιστεί αυτή η πρακτική στο μέλλον.

Μετά τα παραπάνω προτείνουμε:

Για να μην διαφαίνεται η απάντηση από την έκφραση καλό θα ήταν, κατά τη γνώμη μας, όλες οι ερωτήσεις να περιέχουν ένα ποσοδείκτη είτε η απάντηση είναι «Σωστό» είτε είναι «Λάθος». Π.χ.

α) Το πεδίο ορισμού μιας οποιασδήποτε συνάρτησης f είναι το σύνολο A των τεταγμένων των σημείων της γραφικής της παράστασης.

β) Κάθε συνάρτηση f που παρουσιάζει μέγιστο αυτό είναι το μεγαλύτερο από τα τοπικά της μέγιστα.