

απειρο...

ΔΙΜΗΝΙΑΙΑ ΕΚΔΟΣΗ ΤΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ - ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΡΟΔΟΠΗΣ

Έτος 1^ο

Αρ. Φύλλου 2

ΜΑΪΟΣ - ΙΟΥΝΙΟΣ 2008

Τα μαθηματικά & οι επιστήμες

Στο σύντομο σημειώμα τας θα επιχειρήσουμε:

- να αναδείξουμε τη σχέση των μαθηματικών με τις άλλες επιστήμες
- να υπογραμμίσουμε την αναγκαιότητη της διδασκαλίας τους
- να απαντήσουμε στο ερώτημα: «Σε τι χρειάζονται τα μαθηματικά?»

Αναλυτική αναφορά για τη χρησιμότητά τους θα ήταν δύσκολο να πραγματοποιηθεί στο πλαίσιο μίας σύντομης αρθρογραφίας.

Άλλα ότι χρειάζονται «ταντού», είναι το πλέον ξεκάθαρο.

Τα μαθηματικά διακρίνονται, στα καθαρά μαθηματικά και στα εφαρμοσμένα αντίστοιχα.

Απαιτείται καταρχή, η δημιουργία ενός μαθηματικού συστήματος (καθαρά μαθηματικά) και έπειτα η εφαρμογή του (εφαρμοσμένα μαθηματικά).



Τα εφαρμοσμένα μαθηματικά είναι εκείνα, που χρησιμοποιούν κύρια οι άλλες επιστήμες, για να λύσουν τα προβλήματά τους.

Τα μαθηματικά, εκτός του ότι είναι απαραίτητα για τα «μαθηματικά» - εννοούμε την έρευνα στα μαθηματικά και την αντιμετώπιση καθαρά μαθηματικών προβλημάτων - είναι το κυριότερο εργαλείο σε κάθε μορφή έρευνας, σε όλες τις επιστήμες, είναι βασικός φορέας δημιουργίας στην τεχνολογία, στις καλές τέχνες, στις τέχνες και στον πολιτισμό. Τα μαθηματικά προηγούνται και προδιαγράφουν την έρευνα στην επιστήμη και την αισθητική μέσα από την τέχνη.

Εξιμώνουν τον πολιτισμό, αναδεικνύουν και αποδεικνύουν την «Αλήθεια» στην κάθε επιστήμη και προβάλλουν το «Ωραίο» στην τέχνη.

Στοιχειώδεις μαθηματικές γνώσεις είναι απαραίτητες στον καθένα για τις συνήθεις καθημερινές του πράξεις, όπως και η γλώσσα.

Επιστήμες που θεωρείται ότι δεν έχουν σχέση με τα μαθηματικά, δανείζονται και αυτές τις μεθόδους των για να λύσουν τα προβλήματά τους.

Τα μαθηματικά είναι τοποθετημένα ψηλά στη συνέιδηση όλων, ως πολιτιστικό και μορφωτικό αγαθό, που χρησιμοποιείται αποτελέστηκε, αλλά, λόγω της δυσκολίας στην προσέγγισή τους, προκαλεί αμηχανία σε αρκετούς το ερώτημα: «Σε τι χρειάζονται τα μαθηματικά?». Λέγεται, ότι ο βασιλίας της Αιγύπτου Πτολεμαίος ο Α', παρακολούθωντας κάποια από τις διδασκαλίες του Ευκλείδη και απευθύνομενος προς αυτούν, τον ρώτησε, αν ήταν δυνατόν να αποδώσει το μάθημα με άλλο τρόπο, ώστε να γίνει πιο κατανοητό και ευκολότερο για τον ίδιο.

Τότε ο Ευκλείδης απάντησε: «Δεν υπάρχει για τη Γεωμετρία βασιλική οδός».

Η εργασία, όμως, στους περισσότερους επαγγελματικούς ή επιστημονικούς χώρους προσαπαιτεί μεθοδική μαθηματική κατάρτιση και συχνή εφαρμογή των μαθηματικών μεθόδων και γνώσεων.

Οι επιστημονές όλων των κλάδων, των φυσικών επιστημών, της ιατρικής, των κοινωνικών επιστημών αλλά και πολύ περισσότερο, οι μηχανικοί κάθε κατεύθυνσης, για τις απουδές τους αλλά και την άσκηση του επαγγέλματος τους, πρέπει να κατέχουν μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες σε διαφορετικό βέβαια βαθμό ο καθένας. Οι ασχολούμενοι με το εμπόριο, τη βιομηχανία, καθώς και οι σύγχρονοι τεχνίτες για να έχουν άριτρα θεωρητική και πρακτική κατάρτιση, πρέπει να γνωρίζουν μαθηματικά.

Τα απλά εργαλεία του χειρωνάκτη αντικαταστάθηκαν από πολύτικες μηχανές και ηλεκτρονικές μονάδες και τα μαθηματικά είναι περισσότερο απαραίτητα για τον χειριστή, τον εφαρμοστή ή τον εργοδόγο και προγραμματιστή.

Τα μαθηματικά, εκτός από την άμεση σχέση τους με τις τέχνες, πολλές φορές σχετίζονται και έμεσα, μέσω των επιστημών που είναι άρρενα συνδεδεμένες με αυτά.

Παραδέουμε μερικές από τις επιστήμες και τις καλές τέχνες που τα μαθηματικά συν-εργάζονται στην έρευνα και την εφαρμογή τους:

- Κοινωνιολογία, Γλωσσολογία, Ψυχολογία, Ποίηση,
- Πολιτική, Οικονομία, Διοίκηση, Στρατηγική,
- Αρχιτεκτονική, Ζωγραφική, Γλυπτική, Μουσική, Θέατρο,
- Ιατρική, Φαρμακευτική, Φαρμακολογία,
- Φυσικές επιστήμες Φυσική, Χημεία, Βιολογία, Γεωλογία, Φυτολογία, Βοτανική, Ζωολογία, Ιχθυολογία, Παλαιοντολογία, Ανθρωπολογία, Γεωγραφία, Κοσμογραφία Ωκεανογραφία, Μεταλλειολογία, Σεισμολογία κ.λ.π.)
- Όλες οι επιστήμες των μηχανικών.
- Αστρονομία, Διαστημική, Κοσμολογία, Μετεωρολογία, Κλιματολογία, Οικολογία.
- Επιστήμες Υπολογιστών, Ναυπηγολογία
- Ναυπηγική, Αεροναυπηγική, Ναυσιπλοΐα, Αεροπολιτική κ.λ.π.

Κλείνοντας, πρέπει να υπογραμμίσουμε πόσο σημαντική είναι η διδασκαλία των μαθηματικών, που εκτός από χρήσιμο εργαλείο, έχει ως σκοπό την ανάπτυξη των πνευματικών δυνάμεων του απόμου.

Επαμεινώνδας Κ. Ευθύμιογλου

Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών των Νομών Ροδόπης και Ξάνθης

Έτος μαθηματικών για τη Γερμανία το 2008

Αφιερωμένο στα μαθηματικά είναι το 2008 στο πλαίσιο της πρωτοβουλίας, «η επιστήμη σε διάλογο», η οποία διεξάγεται στη Γερμανία με ιδιαίτερη επιτυχία για εννέα συναπτά έτη.

Τους λόγους για τους οποίους το φετινό έτος είναι αφιερωμένο στην επιστήμη των μαθηματικών, εξηγεί σε ομιλία της Η 'Άγγελα Μέρκελ, Καγκελάριος Γερμανίας, την οποία εκφώνησε κατά την έναρξη του έτους μαθηματικών στη Γερμανία:

“Την ερχόμενη Τετάρτη πρόκειται η υπουργός έρευνας να εγκαινίασε το εφετινό «έτος των μαθηματικών». Αυτό αποτελεί, ήδη, το ένατο επιστημονικό έτος, το οποίο διεξάγουμε με αφορμή την πρωτοβουλία «η επιστήμη σε διάλογο». Αυτά τα επιστημονικά έτη έχουν πάλι τώρα κατ' ευκή, επειδή πάντα θέτουν στο επίκεντρο την πειθαρχία και κάνουν τους ανθρώπους της χώρας μας, και ιδιαίτερα τους νέους ανθρώπους, γνωστότερους.

Αυτό το έτος, λοιπόν, είναι αφιερωμένο στα μαθηματικά. Θα δοθεί η ευκαιρία να υπάρξει ένα παγκόσμιο πρωτάθλημα γνώσης και να υπάρξουν πρωτοβουλίες με πολλές πτυχές. Για παράδειγμα, ένα επιστημονικό πλοίο των μαθηματικών, το οποίο από το Μάιο μέχρι το Σεπτέμβριο θα επισκέπτεται διάφορα μέρη στη Γερμανία και θα αποκαλύπτει τα μαθηματικά.

Γιατί, όμως, αφιερώνεται σ' αυτή τη στεγνή επιστήμη, τα μαθηματικά; Ως φυσικός, λέω φυσικά: αποτελεί την βάση έκφρασης των ανακαλύψεων των φυσικών επιστημών. Αυτό ισχύει όχι μόνο για τη φυσική, αλλά ισχύει το ίδιο για τη μηχανική, για την τεχνολογία της πληροφορικής και για πολλούς άλλους τομείς της ζωής μας.

Τα μαθηματικά μπορεί να θεωρούνται ως κάτιο στεγνό, αλλά πρέπει - ιδιαίτερα οι νέοι άνθρωποι - να ανακαλύψουν πόσο ενδιαφέρουσα και συναρπαστική επιστήμη είναι. Έτσι, θα μπορούσε κάποιος να σκεφτεί - για παράδειγμα στη Λειψία - πώς μπορεί να χτιστεί μια γέφυρα χωρίς κόλλα, βίδες, καρφιά παρά μόνο από σανίδια. Αν αυτό είναι δυνατό, θα δούμε στη διάρκεια του «έτους των μαθηματικών».

Χωρίς μαθηματικά δεν υπάρχει επιστημονική δραστηριότητα, η οποία να μπορεί πραγματικά να εκφρασθεί και να αποφέρει αποτελέσματα. Τα μαθηματικά έχουν μια συνεχή εξέλιξη με τις προκλήσεις που δίνουν οι φυσικές επιστήμες και ελπίζω πλέον, ότι πολλοί νέοι άνθρωποι - ίσως και μεγαλύτερης ηλικίας - να θυμηθούν τις δυνατότητες των μαθηματικών, να πληροφορθούν για νέα πράγματα στα μαθηματικά και κυρίως, να κάνουν γνωστή τη Γερμανία ως πανεπιστημιακό τόπο, ως τόπο διασκαλίας. Γιατί έχουμε στη χώρα μας καταπληκτικούς μαθηματικούς, οι οποίοι μπορούν με σιγουρία να συμμετέχουν και στο «έτος των μαθηματικών».

Σκέψομαι λοιπόν: αισθανθείτε ότι είστε προσκαλεσμένοι - απλά ότι μπορείτε να συμμετέχετε! «Μπορείς να κάνεις περισσότερα μαθηματικά απ' ότι νομίζεις», αυτό είναι το σύνθημα του «έτους των μαθηματικών». Απλά δοκιμάστε! Από τους απλούς υπολογισμούς και τον χειρισμό των τύπων, τους οποίους γνωρίζετε από τα σχολικά σας χρόνια, μέχρι την καλύτερη κατανόηση του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Χωρίς μαθηματικά, όλη η υψηλής τεχνολογίας στρατηγική μας δεν θα μπορεί να ξεδιπλωθεί.

Εύχομαι πολλοί νέοι σε αυτό το χρόνο να έχουν αυτόν τον χρόνο περισσότερες ευκαιρίες - δυνατότητες στα μαθηματικά, απ' ότι παλαιότερα.

DU KANNST MEHR MATHE, ALS DU DENKST.



• To video της ομιλίας στο http://www.jahr-der-mathematik.de/coremedia/generator/wj2008/de/01_Das_20Wissenschaftsjahr_03c_Podcast.html

• Ιστοσελίδα αφιερωμένη στο έτος μαθηματικών και στις δραστηριότητες στην Γερμανία στο <http://www.jahr-der-mathematik.de/>

Γ. ΒΑΦΕΙΑΔΗΣ & ΣΙΑ Ο.Ε.
βιβλίο - χερτικά - γραφικά - σχολικά - αναλύσιμα Η/Υ - Σύρρα

Βενιζέλου 36, 691 00 Κομοτηνή
Τηλ.: 25310 23072 & 71945, Φαξ: 25310 23072

KΛΗΜΑΤΙΚΑ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΕΣ

Ένα συνηθισμένο πρωινό...



Το **ραδιόφωνο - ξυπνητήρι** του Θανάση χτύπησε στις 7:00. Χάρη στην ψηφιακή τεχνολογία, βασισμένη στην αριθμητική ανάλυση και στο δυαδικό σύστημα, το δωμάτιο γέμισε μουσική, λες και μια ορχήστρα ολόκληρη είχε μαζευτεί στο προσκέφαλό του. Σηκώθηκε. Σε δέκα λεπτά το **ψυχείο** και το **φουρνάκι** του, που λειτουργούσαν με fuzzy logic - παρακλάδι της πλειότητης συμβολικής λογικής, που ήταν υπεύθυνη και για την ασφαλή λειτουργία του **ABS** στο αυτοκίνητό του - του εξασφάλισαν ένα πλούσιο πρωινό.

Στις 7:40 πληκτρολογούσε στον **συναγερμό** τον **τετραψήφιο κωδικό** του (η θεωρία των πιθανοτήτων λέει πως ο ενδεχόμενος διαρρήκτης είχε μόλις μία πιθανότητα στις 10.000 να τον παραβιάσει) και έφυγε ήσυχος για τη δουλειά. Μπήκε στο **μετρό** - άλλο θαύμα κι αυτό, στραγγες, κανάλια υπονόμων, δίκτυα παροχής, μια ολόκληρη υπόγεια πόλη σχεδιασμένη με βάση τα γραφήματα του Οίλερ - βολεύτηκε και άνοιξε την εφημερίδα: «Μείωση κατά 12% των ατυχημάτων μετά την



εφαρμογή του αλκοόλεστ - 27% των οδηγών συμμορφώθηκαν ήδη με τους νέους αυστηρούς κανονισμούς». **12%, 27%**! Και πώς το βρήκανε; Τα νύχια τους μυρίσανε; Γύρισε στα αθλητικά. Ο Κωνσταντίνου να στέλνει με κεφαλιά στα δίχυτα το ημικανονικό 32-εδρο β' τύπου του Αρχιμήδη (την **μπάλα** του ποδοσφαίρου δηλαδή) δέσποζε στη σελίδα. Στις 8:30 μπήκε στο γραφείο. Άνοιξε τον **υπολογιστή** (ήταν γεμάτος ολοκληρωμένα κυκλώματα βασισμένα στην άλγεβρα Μπουλ, αλλά ο Θανάσης ούτε το ήξερε ούτε ήθελε να το μάθει) και μπήκε στο **ίντερνετ**. Ο κώδικας RSA βασισμένος στους πρώτους αριθμούς του εξασφάλισε μια ασφαλή **σύνδεση** και άνοιξε το **ηλεκτρονικό ταχυδρομείο**. Μήνυμα από τη Μαρία! - το πρό-



σωπο. Καλό κορίτσι η Μαρία, σκέφτηκε. Καλλιεργημένη, πρόσχαρη, σπιρτόζα, όμορφη. Ένα μονάχα κουσούρι είχε. Σπουδάζει **μαθηματικά**. Χάθηκε να σπουδάσει κάτι αλλο, κάτι πιο κοντά στην καθημερινή ζωή, κάτι χρήσιμο τέλος πάντων! Έτσι, σκέφτηκε ο Θανάσης και βγήκε επειγόντως απ' το e-mail, γιατί πλησιάζει ο διευθυντής...

Με την ευγενική παραχώρηση του
Μιχαηλίδη Τεύκρου

Πηγή: εφημερίδα **ΤΑ ΝΕΑ**,
Τετάρτη 2 Μαρτίου 2005

τρία, τρεις είναι...

- **Τα παιδιά τα βολιώτικα**, απαγωγείς της Αννούλας, είπε ο Δημητράκης, παιδί του κάμπου
- **Τα χρώματα - bleu, blanc, rouge** - της γαλλικής σημαίας, είπε η καθηγήτρια των γαλλικών
- **Τα γκολ στο «χατ τρίκ» του Τζόρτζεβιτς**, απάντησε ο κολλημένος με τη μπάλα
- **Τρία πουλάκια κάθονται**, είπε η Μάρω, παιδί της ελληνικής υπαίθρου
- **Τα κακά της μοιράς μας**, απάντησε η καθόλου αισιόδοξη κυρία Μελπομένη Καλών Τεχνών
- **Θα σου λέγα, αλλά έχει χάρη**, είπε κάποιος αρσενικός, παιδί της πιάτσας
- **Τα κατάρτια στο τρικάταρτο**, είπε ένας άλλος, μαγεμένος με τη θάλασσα
- **Το πράσινο, το πορτοκαλί και το κόκκινο**, απάντησε ο προσεκτικός οδηγός
- **Οι σωματοφύλακες**, αν αγνοηθεί ο Ντ Αρτανιάν, είπε κάποιος που του αρέσουν τα γαλλικά
- **Οι καταστάσεις της ύλης**, είπε ο κολλημένος με τη Χημεία και με τη Φυσική
- **Πατήρ, Υιός και Άγιο Πνεύμα**, απάντησε ο καθηγητής των Θρησκευτικών
- **Τρεις κι ο κούκος**, απάντησε ο απαισιόδοξος
- **Οι διαστάσεις του χώρου**, είπε ο Ευκλείδης και το επανέλαβαν ο Νεύτων και ο Καντ
- Εμείς οι τρεις, απάντησαν οι **Χάρτες**, δηλαδή η Αγλαΐα, η Θάλεια και η Ευφροσύνη
- **Οι τρεις φάσεις του τριφασικού**, δηλώσα ο ηλεκτρολόγος
- **Οι «Τρεις αδελφές» του Τσέχωφ**, είπε κάποιος που αγαπάει το θέατρο
- Εμείς οι τρεις, είπαν με μια φωνή, ο Γκαστάρ, ο Μελχιόρ και ο Βαλτάσαρ, **οι μάγοι με τα δώρα**.
- **Οι κβαντικοί αριθμοί που καθορίζουν ένα ατομικό τροχιακό**, είπε η καθηγήτρια της Χημείας
- **Οι τρεις μάγισσες στο «Μάκβεθ**, απάντησε ένας άλλος, φαν του Σαιξπήρ
- **Οι τρεις καμπαλέρος** στο ίδιο το μέρος, είπε κάποιος που ήταν παιδί στη δεκαετία του '50.
- **Οι πόντοι σε κάθε τρίποντο** του Αλβέρτη, απάντησε - ο κολλημένος με το μπάσκετ-βάζελος
- **Η Ελευθερία, η Ισότητα και η Αδελφότητα**, απάντησαν οι Γάλλοι το 1789.
- **Οι κορυφές κάθε τριγώνου**, ακόμα και ιψενικού, είπε ο μαθηματικός που αυτό τον καιρό αγαπάται
- **Οι Χάρτες, Παναγιωτοπούλου, Αδαμάκη και Μεντή**, είπε ο TV-victim της δεκαετίας του '90
- **Οι πράξεις σε ένα θεατρικό έργο**, ξαναείπε εκείνος που αγαπάει το θέατρο
- **Οι ατομικοί αριθμοί του στοιχείου «Λίθιον**, είπε μια άλλη καθηγήτρια Χημείας
- **Οι ταινίες του Κισλόφσκι, Μπλε, Λευκό και Κόκκινο**, απάντησε κάποιος που αγαπάει το σινεμά
- **Το «πόδες φορές θα σφυρίζει το τρένο** είπε ένας άλλος, φαν του Σαιξπήρ
- **Οι τρεις νευτωνικοί νόμοι της Κίνησης**, ο νόμος της αδράνειας, ο θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής και ο νόμος δράσης - αντιδράσης, είπε ο μονίμως κολλημένος με τη Φυσική
- **Οι κλίσεις στη Γραμματική της αρχαίας ελληνικής γλώσσας**, είπε κάποιος της θεωρητικής κατεύθυνσης
- **Οι τρεις λεπάρχες**, ο Βασιλείος, ο Γρηγόριος και ο Ιωάννης ο Χρυσόστομος, ξαναείπε ο θεολόγος καθηγητής
- **Οι μορφές ραδιενέργειας**, η άλφα και η γάμα, μας είπε ο άλλος φυσικός
- **Τρεις μέρες χώρισα από σένα, τρεις νύχτες μένω μοναχός**, είπε ο «φαν» του Μάνου Χατζηδάκη.

Κι ενώ πιστεύαμε ότι τα εξαντλήσαμε, η Έμιλο Μ., η Μάγια Μ., η Τατιάνα Χ. και η Μανώ Χ. - φίλες της ιστοσελίδας- μας πρότειναν ακόμα:

- **Το τριπλούν**
- **Να 'χαμε τρεις δραχμές στην τσέπη και τρεις ο διπλανός**
- **Το τρίτο ράχι**
- **Τρίτωσε το κακό**
- **Δεν υπάρχει ευτυχία που να κόβεται στα τρία**
- **Τα τρία μετάλλια, το χρυσό, το αργυρό και το χάλκινο**
- **Το τρίο Στούτζες**
- **Οι τρεις ευχές του λυχναριού**
- **Ο στρατός, το ναυτικό και η αεροπορία**
- **Η σάρα και η μάρα και το κακό συναπάντημα**
- **Οι τρεις μήνες της άνοιξης, αλλά και κάθε εποχής**
- **Οι τρεις βαθμοί των παραθετικών των επιθέτων**
- **Το τρίο κιτάρα**
- **Τρεις οι όροι σε κάθε τριάνυμο**
- **Τρία τα φύλλα σε κάθε τριφύλλι**
- **Εμείς οι τρεις οι φίλοι που τρώμε το σταφύλι**
- **Ψωμί, Παιδεία, Ελευθερία**
- **Πατρίς, Θρησκεία, Οικογένεια**
- **Τρεις οι μονοθεϊστικές θρησκείες**
- **Οι τρεις της Φιλοκής Εταιρείας, ο Σκουφάς, ο Ξάνθος και ο Τσακάλωφ**
- **Οι φιγούρες της τράπουλας**, ο ρήγας, η ντάμα και ο βαλές
- **Οι τρεις κατεύθυνσεις**. Η θεωρητική, η θετική και η τεχνολογική
- **Τα δόντια της τριάνας**
- **Τα τρία μέρη της ψυχής**, είπε ο Πλάτων
- **Three and the koukos band**, το παλιό συγκρότημα
- **Τα ανήψια του Ντόναλτ, ο Χιούι, ο Λιούι και ο Ντιούι**
- **Κάθε τρεις και λίγο**
- **Τρία τα «πόδια» της Χαλκιδικής**
- **Τρεις για πρέφα**
- **Τα τρία μικρά γουρουνάκια**

Με την ευγενική παραχώρηση του Ανδρέα Κασσέτα από την ιστοσελίδα του <http://users.att.sch.gr/kassetas>



apeiρο...

ΔΙΜΗΝΙΑΙΑ ΕΚΔΟΣΗ
ΤΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ
ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΡΟΔΟΠΗΣ

Ιδιοκτήτης:
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ
ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΡΟΔΟΠΗΣ

Διεύθυνση:
ΦΙΛΙΠΠΟΥ 33 (3^ο ΓΕΔ)
69100 ΚΟΜΟΤΗΝΗ

Τηλ.: 25310 27248 - 6938442037
25310 20479 - 6977374855

e-mail: emerodopis@gmail.com
<http://apeironews.blogspot.com>

Η τελετή βράβευσης των διακριθέντων μαθητών του νομού μας στους διαγωνισμούς της ΕΜΕ

Γέμισε η αίθουσα τελετών της Νομαρχίας Κομοτηνής, την Κυριακή το πρωί στις 16 Μαρτίου, με τους διακριθέντες μαθητές του Νομού μας στους διαγωνισμούς της ΕΜΕ. Γέμισε και η ψυχή μας από χαρά, γιατί κάποια από αυτά τα παιδιά περίμεναν δυο χρόνια για να τα επαινέσουμε δημόσια και να επιβραβεύσουμε την προσπάθειά τους και την διάκρισή τους.

Μαθητές, γονείς, γιαγιάδες, παππούδες, φίλοι των μαθητών, αλλά και των φιτητών πια (οι διακριθέντες του 2005-06), ήταν όλοι εκεί με τη χαρά ζωγραφισμένη στα πρόσωπά τους. Η αγωνία και το άγχος μας ήταν εμφανής κάποιες στιγμές, μιας και ήταν η πρώτη εκδήλωση του νέου



παραρτήματος που καταφέραμε να εκδώσουμε μέσα σε λίγο χρόνο. Η βοήθεια των εκδόσεων «Παραρτήτης» γι' αυτό το σκοπό ήταν, επίσης, πολύτιμη. Ευχόμαστε και πιστεύουμε ότι θα έχουμε την οικονομική δυνατότητα και φυσικά, το κέφι και τη διάθεση, να συνεχιστεί αυτή η προσπάθεια, μιας και τα σχόλια

μοσίων προσώπων του Νομού μας που παραβέθηκαν στην εκδήλωση, οι ίδιοι ή μέσω των αντιπροσώπων τους, τιμώντας με την παρουσία τους τους μαθητές. Ιδιαίτερες ευχαριστίες προς τον Νομάρχη, Άρη Γιαννακίδη, και όλους τους χορηγούς που μας συνδράμανε με μικρές ή μεγάλες χορηγίες και

δήλωση.

Συγχαρητήρια, ακόμη μια φορά στους μαθητές που συμμετείχαν στους διαγωνισμούς, συγχαρητήρια σ' αυτούς που διακρίθηκαν και με την ευκαιρία των επερχόμενων εξετάσεων (Πανελλήνιων και Ενδοσχολικών), εκφράζοντας το Διοικητικό Συμβούλιο και όλους τους Μα-



Διοικητικού Συμβουλίου του Παραρτήματος της ΕΜΕ Νομού Ροδόπης. Προσπαθήσαμε να κάνουμε ό,τι καλύτερο ήταν δυνατό και πιστεύω ότι τα καταφέραμε.

Ευχαριστούμε όλους τους συναδέλφους του Δ.Σ., που επί δύο μήνες σχεδόν, διέθεσαν τον χρόνο τους για την πραγματοποίηση αυτής της εκδήλωσης, αλλά και για την πραγματικά αξιόλογη εφημερίδα του

των μαθητών, των συναδέλφων και όλων των αναγνωστών της, του Νομού μας, αλλά και των υπόλοιπων Παραρτημάτων της ΕΜΕ, ήταν θετικά. Ευχαριστίες στους συναδέλφους του Δ.Σ. που επιμελήθηκαν την τεχνική κάλυψη της εκδήλωσης και τον «μπουφέ» που προσφέρθηκε στους καλεσμένους μας.

Επίσης, αποτελεί τιμή για το παράρτημά μας η παρουσία όλων των δη-

φυσικά, τους συναδέλφους μαθηματικούς που με την ετήσια συνδρομή τους έδωσαν τη δυνατότητα να καλυφθούν τα έξοδα της εκδήλωσης.

Τέλος, σημαντική ήταν η παρουσία του κ. Σαραφόπουλου Γιώργου, Καθηγητή του ΔΟΣΑ του Δημοκρίτειου Πανεπιστημίου Θράκης, που με την ενδιαφέρουσα ομιλία του με θέμα «Η μεγάλη έκρηξη των Μαθηματικών» πλαισίωσε την εκ-

θηματικός του Παραρτήματος του Νομού μας, ευχόμαστε σε όλους τους μαθητές από βάθους καρδιάς «καλή επιτυχία».

Αγγελίνα Λαζαρίδου
Πρόεδρος ΕΜΕ
Παραρτήματος
Νομού Ροδόπης

Η Ε.Μ.Ε. Ροδόπης καλεί τα μέλη της στην τελευταία συνεδρίαση του τρέχοντος σχολικού έτους που θα γίνει την Τετάρτη 11 Ιουνίου 2008, στις 8 το βράδυ, στο χώρο στέγασης του παραρτήματος, στο 3^ο Γενικό Λύκειο.

Η εφημερίδα μας θα δημοσιεύεται πλέον και ηλεκτρονικά, στη διεύθυνση:
<http://apeironews.blogspot.com>

Αν είστε μαθηματικός ή μη και αγαπάτε τα μαθηματικά, έχετε τη δυνατότητα να δημοσιεύσετε το άρθρο σας στην εφημερίδα της Ε.Μ.Ε. Ροδόπης, αρκεί να το στείλετε στην ηλεκτρονική μας διεύθυνση emerodopis@gmail.com

Η Ε.Μ.Ε. Ροδόπης θα διοργανώσει το Σάββατο 7 Ιουνίου, τοπικό διαγωνισμό μαθηματικών, που θα απευθύνεται στους μαθητές της Στ' Δημοτικού. Οποιος συνάδελφος μαθηματικός ενδιαφέρεται να συμμετέχει ενεργά, ας επικοινωνήσει μαζί μας. 6977374855-6942847094

ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΕΙΣ

ΟΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΤΕΜΝΟΝΤΑΙ ΜΟΝΟ ΠΑΝΩ ΣΤΗΝ ΔΙΧΟΤΟΜΟ Ψ=Χ

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Έστω μια αντιστρέψιμη συνάρτηση $f : D(f) \rightarrow \mathbb{R}$ και $f^{-1} : D(f^{-1}) \rightarrow \mathbb{R}$ η αντιστροφή της. Οι διανυσματικές εξισώσεις των δύο συναρτήσεων f, f^{-1} είναι $\vec{f}(t) = \vec{x}_0 + f(t)\vec{x}_j, t \in D(f)$ και $\vec{f}^{-1}(t) = f(t)\vec{x}_0 + f(t)\vec{x}_j, t \in D(f)$. Τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των δύο αντιστροφών συναρτήσεων f, f^{-1} βρίσκονται λόγοντας την εξισώση $\vec{f}_f(t) = \vec{f}_{f^{-1}}(t), t \in D(f)$

$$\Leftrightarrow t\cdot\vec{i} + f(t)\cdot\vec{j} = f(t)\cdot\vec{i} + t\cdot\vec{j} \Leftrightarrow f(t) = t, t \in D(f).$$

Δύο αντιστροφές συναρτήσεις f, f^{-1} είναι ίσες αν και μόνο αν ισχύει $\vec{f}_f(t) = \vec{f}_{f^{-1}}(t), \forall t \in D(f)$ $\Leftrightarrow t\cdot\vec{i} + f(t)\cdot\vec{j} = f(t)\cdot\vec{i} + t\cdot\vec{j}, \forall t \in D(f) \Leftrightarrow f(t) = t, \forall t \in D(f)$.

Δηλαδή μια αντιστρέψιμη συνάρτηση είναι ίση με την αντιστροφή της αν και μόνο αν είναι η ταυτοτική συνάρτηση.

Γνωρίζουμε ότι αν η συνάρτηση $f : D(f) \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμη στο πεδίο ορισμού της τότε το διάνυσμα $\vec{r}_f(t) = 1\cdot\vec{i} + f'(t)\cdot\vec{j}, t \in D(f)$ είναι εφαπτόμενο στην γραφική παράσταση της f στο σημείο $M(t, f(t))$ και μάλιστα καθορίζει και την φορά διαγραφής της $C(f)$. (εφαπτόμενο κατά την φορά διαγραφής της). Αντίστοιχα το διάνυσμα $\vec{r}_{f^{-1}}(t) = f'(t)\cdot\vec{i} + 1\cdot\vec{j}, t \in D(f)$ είναι εφαπτόμενο στην γραφική παράσταση της f^{-1} στο αντίστοιχο σημείο $M'(f(t), t)$ και μάλιστα καθορίζει και την φορά διαγραφής της $C(f^{-1})$. (εφαπτόμενο κατά την φορά διαγραφής της). Εφαρμόζοντας τα παραπάνω στην αντιστρέψιμη συνάρτηση $f(x) = 4 - x, x \in R$ παίρνουμε $\vec{r}_f(t) = 1\cdot\vec{i} - 1\cdot\vec{j} = (1, -1), t \in D(f)$ και $\vec{r}_{f^{-1}}(t) = -1\cdot\vec{i} + 1\cdot\vec{j} = (-1, 1), t \in D(f)$. Αν

«πυθέσουμε» ότι οι δύο συναρτήσεις $f(x) = 4 - x, f^{-1}(x) = 4 - x, x \in R$ είναι ίσες καταλήγουμε στο «καταπληκτικό» συμπέρασμα ότι ενώ οι συναρτήσεις είναι ίσες, τα εφαπτόμενα διάνυσμα σε οποιοδήποτε σημείο των γραφικών τους είναι αντίθετα!!! ΑΤΟΠΟ, συνεπώς οι δύο αντιστροφές συναρτήσεις $f(x) = 4 - x, f^{-1}(x) = 4 - x, x \in R$ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΙΣΕΣ.

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΔΓΕΒΡΑ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

Το θέμα της αντιστροφής μιας συνάρτησης είναι ένα πρόβλημα Γραμμικής Άλγεβρας ή Γραμμικής Γεωμετρίας. Συγκεκριμένα, ας θεωρήσουμε τον γραμμικό μετασχηματισμό $L : R^2 \rightarrow R^2$, με $L(x, y) = (y, x)$. Ο γραμμικός αυτός μετασχηματισμός έχει πίνακα μετασχηματισμού τον $K = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Το σύνολο των αναλλοίωτων σημείων του μετασχηματισμού αυτού είναι το $M = \{(x, x) / x \in R\}$. Προφανώς τα στοιχεία του συνόλου αυτού απεικονίζονται στα σημεία της ευθείας $y=x$.

Ο γραμμικός αυτός μετασχηματισμός με δύρους Γεωμετρίας είναι η αξονική συμμετρία με άξονα συμμετρίας την διγωνότη με εξισώση $y = x$. Εφαρμόζοντας τον γραμμικό αυτό μετασχηματισμό στο γράφημα οποιασδήποτε $1-l$ συνάρτησης f βρίσκουμε το γράφημα της αντιστροφής της f^{-1} . Δηλαδή αν έχουμε δύο αντιστροφές συναρτήσεων τότε το γράφημα της μιας είναι εικόνα του γράφηματος της άλλης μέσω του παραπάνω γραμμικού μετασχηματισμού.

Στους γραμμικούς μετασχηματισμούς η έννοια του κοινού σημείου αντικαθίσταται με την έννοια του αναλλοίωτου σημείου.

Έτσι KOINA-ΑΝΑΛΛΟΙΩΤΑ σημεία των γραφικών παραστάσεων δύο αντιστροφών συναρτήσεων f και f^{-1} είναι εκείνα τα σημεία του συνόλου

$C(f) = \{(x, f(x)) / x \in R\}$ που παραμένουν αναλλοίωτα με τον παραπάνω γραμμικό μετασχηματισμό, δηλαδή ανήκουν και στο σύνολο $M = \{(x, x) / x \in R\}$ που σημαίνει ότι ισχύει $f(x) = x, x \in D(f)$.

Μία αντιστρέψιμη συνάρτηση $f : D(f) \rightarrow \mathbb{R}$ είναι ίση με την αντιστροφή της αν και μόνο αν δύλια τα σημεία του συνόλου $C(f) = \{(x, f(x)) / x \in R\}$ παραμένουν αναλλοίωτα με τον παραπάνω γραμμικό μετασχηματισμό, δηλαδή αν και μόνο αν ισχύει $f(x) = x, \forall x \in D(f)$, που σημαίνει ότι είναι η ταυτοτική συνάρτηση.

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΜΕ ΑΝΑΛΥΣΗ

Θα πρέπει να γνωρίζουμε ότι κάθε φορά που περιορίζουμε μια αντιστρέψιμη συνάρτηση f σε ένα υποσύνολο A του πεδίου ορισμού της, τότε η αντιστροφή της επαναπροσδιορίζεται, με βάση τα «νέα δεδομένα» της f και τον ορισμό της αντιστροφης. Το πεδίο ορισμού της αντιστροφης θα αλλάξει και θα γίνει το σύνολο $f(A)$ ώστε να μπορέσει να κρατήσει το σύμβολο της αντιστροφης, δηλαδή να μπορεί να γράφεται f^{-1} . Ας θυμηθούμε τι ισχύει $(f_A)^{-1} = (f^{-1})_{f(A)}$

Έστω $f : D(f) \rightarrow R$ μία αντιστρέψιμη συνάρτηση για την οποία υποθέτουμε ότι $D(f) \cap D(f^{-1}) \neq \emptyset$ και (x_0, y_0) ένα σημείο του επιπέδου.

Το σημείο (x_0, y_0) είναι κοινό σημείο των γραφικών των δύο συναρτήσεων f, f^{-1} αν και μόνο αν ισχύουν συγχρόνως

- $x_0 \in D(f) \cap D(f^{-1})$ και
- Οι περιορισμοί των δύο συναρτήσεων f, f^{-1} στο σύνολο $A = \{x_0\}$ είναι ίσες συναρτήσεις με τιμή y_0 .

Θα προσδιορίσω ποια είναι η ικανή και αναγκαία συνθήκη ώστε οι δύο αντιστροφες συναρτήσεις f, f^{-1} να είναι ίσες στο σύνολο $A = \{x_0\}$.

Η συνάρτηση f απεικονίζει το x_0 στο $y_0 = f(x_0)$ δηλαδή έχουμε $x_0 \xrightarrow{f} f(x_0)$.

Επειδή περιορίσα την συνάρτηση f στο σύνολο $A = \{x_0\}$, τότε από τον ορισμό την αντιστροφης, η συνάρτηση f^{-1} περιορίζεται υποχρεωτικά στο σύνολο $f(A) = \{f(x_0)\}$ (αυτό συμβαίνει γιατί πρέπει και ο δύο περιορισμοί να είναι αντιστροφες συναρτήσεις) και είναι $f(x_0) \xrightarrow{f^{-1}} x_0$.

Οι δύο αντιστροφες συναρτήσεις f, f^{-1} είναι ίσες στο σύνολο $A = \{x_0\}$, αν και μόνο αν,

$$x_0 = f(x_0) = y_0.$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι,

- Οι λόσιες των ισοδύναμων εξισώσεων (E1) $f(x) = x$, με $x \in D(f)$ (E2)

$$f^{-1}(y) = y, \text{ με } y \in D(f^{-1}),$$

και μόνο αυτές, είναι οι τετμημένες των κοινών σημείων των γραφικών παραστάσεων των δύο αντιστροφών συναρτήσεων f, f^{-1} .

- Οι λόσιες των ισοδύναμων συστημάτων

$$(S1) \left\{ \begin{array}{l} f(x) = y \\ y = x \end{array} \right., (S2) \left\{ \begin{array}{l} f^{-1}(y) = x \\ y = x \end{array} \right.,$$

$$(S3) \left\{ \begin{array}{l} f(x) = y \\ f(x) = f^{-1}(y) \end{array} \right., (S4) \left\{ \begin{array}{l} f^{-1}(y) = x \\ f(x) = f^{-1}(y) \end{array} \right.,$$

και μόνο αυτές, είναι οι συντεταγμένες των κοινών σημείων των γραφικών παραστάσεων των δύο συναρτήσεων f, f^{-1} .

Είναι δυνατό τα γραφήματα δύο συναρτήσεων να είναι ίσα και οι συναρτήσεις να μην είναι ίσες; Προφανώς ΝΑΙ. Αυτό μπορεί να συμβεί όταν η μια συνάρτηση ορίζεται με την θεώρηση της άλλης. Βασικά στις περιπτώσεις αυτές οι δύο συναρτήσεις δεν είναι συγκρίσιμες.

Ας ζεκινήσουμε την μελέτη των ερωτήματος με 2 παραδείγματα. Παράδειγμα 1: Έστω f, g δύο συναρτήσεις με κοινό γράφημα $G = \{(0, 4), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 0)\}$. Αν υποθέσουμε ότι οι δύο συναρτήσεις δεν συσχετίζονται μεταξύ τους με οποιονδήποτε τρόπο τότε «συμφωνούμε» ότι για τις δύο συναρτήσεις συμβαίνουν συγχρόνως

x	0	1	2	3	4
f	(0, 4)	(1, 3)	(2, 2)	(3, 1)	(4, 0)
g	(0, 4)	(1, 3)	(2, 2)	(3, 1)	(4, 0)

Οι δύο συναρτήσεις f, g όπως ορίστηκαν στον παραπάνω πίνακα, είναι ίσες. Ορίζουμε τώρα μόνο την συνάρτηση f , σύμφωνα με τον πίνακα

x	0	1	2	3	4
f	(0, 4)	(1, 3)	(2, 2)	(3, 1)	(4, 0)
f^{-1}	(4, 0)	(3, 1)	(2, 2)	(1, 3)	(0, 4)

Είναι εύκολο να διαπιστώσουμε ότι είναι αντιστρέψιμη με αντιστροφή που φαίνεται στον επόμενο πίνακα

x	0	1	2	3	4
f	(0, 4)	(1, 3)	(2, 2)	(3, 1)	(4, 0)
f^{-1}	(4, 0)	(3, 1)	(2, 2)	(1, 3)	(0, 4)

Δηλαδή η συνάρτηση f^{-1} ορίζεται από την ισοδύναμια $f(x) = y$ και $f^{-1}(y) = x$, με $x \in D(f)$. Είναι προφανές ότι οι συναρτήσεις f, f^{-1} ενώ έχουν το ίδιο γράφημα δεν είναι ίσες. Επιπλέον οι γραφικές τους παραστάσεις έχουν ένα μόνο κοινό σημείο το $M(2, 2)$.

Παράδειγμα 2: Έστω f, g δύο συναρτήσεις με κοινό γράφημα το συμμετρικό ως προς το $O(0, 0)$ σύνολο $G = \{(-2, 1), (-1, 3), (0, 0), (1, -3), (2, -1)\}$. Αν υποθέσουμε ότι οι δύο συναρτήσεις δεν συσχετίζονται μεταξύ τους με οποιονδήποτε τρόπο τότε «συμφωνούμε» ότι για τις δύο συναρτήσεις συμβαίνουν συγχρόνως

x	-2	-1	0	1	2
f	(-2, 1)	(-1, 3)	(0, 0)	(1, -3)	(2, -1)
g	(-2, 1)	(-1, 3)	(0, 0)	(1, -3)	(2, -1)

Οι δύο συναρτήσεις f, g όπως ορίστηκαν στον παραπάνω πίνακα είναι ίσες. Ορίζουμε τώρα μόνο την συνάρτηση f σύμφωνα με τον πίνακα

x	-2	-1	0	1	2
f	(-2, 1)	(-1, 3)	(0, 0)	(1, -3)	(2, -1)
f^*	(2, -1)	(1, -3)	(0, 0)	(-1, 3)	(-2, 1)

Δηλαδή η συνάρτηση f^* ορίζεται από την ισοδύναμια $f(x) = y$ και $f^*(-x) = -y$, με $x \in D(f)$. Είναι προφανές ότι οι συναρτήσεις f, f^* ενώ έχουν το ίδιο γράφημα δεν είναι ίσες. Επιπλέον οι γραφικές τους παραστάσεις έχουν ένα μόνο κοινό σημείο το $O(0, 0)$.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από τα παραπάνω παραδείγματα προκύπτουν τα εξής:

- 1) Αν δύο συναρτήσεις f, g δεν συσχετίζονται μεταξύ τους με οποιονδήποτε τρόπο και έχουν το ίδιο γράφημα τότε οι δύο συναρτήσεις είναι ίσες. Αντί την παραδοχή ουσιαστικά κάνουμε κάθε φορά που λέμε «Επειδή οι συναρτήσεις f, g έχουν το ίδιο γράφημα είναι ίσες»
- 2) Αν δύο συναρτήσεις f, f^* συσχετίζονται μεταξύ τους δηλαδή f^* ορίζεται με την βοήθεια της συνάρτησης f τότε μπορεί να δύο συναρτήσεις να έχουν το ίδιο γράφημα και να μην είναι ίσες.

ΛΕΣΧΕΣ ΑΝΑΓΝΩΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑΣ

Μια σύγχρονη αναγκαιότητα

Από την εποχή που ο Πυθαγόρας διατύπωσε την ιδέα, ότι όλα είναι αριθμοί, τα Μαθηματικά έχουν πάιει αξιοσημείωτο ρόλο στους περισσότερους τομείς της ανθρώπινης γνώσης. Οι ανάγκες εμπορικών υπολογισμών, μέτρησης του εδάφους και πρόβλεψης αστρονομικών γεγονότων, έγιναν αιτία να προκύψουν οι κυριότεροι κλάδοι των Μαθηματικών. Αυτές οι τρεις ανάγκες σχετίζονται με την - υπό την ευρεία έννοια - υποδιάρεση των μαθηματικών στη μελέτη της δομής, του χώρου και της μεταβολής.

Κατά τους δύο τελευταίους αιώνες, όμως, τα Μαθηματικά υφίστανται ολόενα και περισσότερο τις παρενέργειες της εκρηκτικής τους ανάπτυξης. Κατά κάποιον τρόπο, έγιναν θύματα της ίδιας της επιτυχίας, καθώς απομονώθηκαν στα σπασία σε ένα διανοητικό «χρυσό κλουβί». Αυτή η άποψη ενδεχομένως να σοκάρει κάποιους μαθηματικούς, οι οποίοι δικαίως υπερφανεύονται για το υψηλό νοητικό σύμπτυχο που οποιοι ζουν, καθώς επίσης και ένα μεγάλο μέρος του κοινού που βομβαρδίζεται συνεχώς με μηνύματα περί της σημασίας των εφαρμογών των Μαθηματικών στον κόσμο. Ομως, το χάραμα μεταξύ των Μαθηματικών και του ευρύτερου πολιτισμού παραμένει. Αυτό είναι έκεκαθαρό, αν δούμε την τεράστια απόσταση που χωρίζει το έργο των ερευνητών μαθηματικών και τη γνώση των ευρύτερου κοινού γι' αυτή. Παρόλο, που η καθημερινότητά μας στρίζεται στα επιτεύγματα της ψηφιακής τεχνολογίας, που είναι βασισμένη στην αριθμητική ανάλυση και στο δυαδικό σύστημα, παρόλο, που όλοι διαθέτουμε ψυγείο και φούρνο μικροκυμάτων, που λειτουργούμε με fuzzy logic - παραλάδι της πλειότητας συμβολικής λογικής, που είναι επίσης υπεύθυνη για την ασφαλή λειτουργία του ABS στο αυτοκίνητό μας - στο άκουσμα της λέξης «Μαθηματικά», το σύννηθες είναι να ανακαλούνται, αν όχι δυσάρεστες, σίγουρα όχι και τόσο ευχάριστες αναμνήσεις της μαθητικής μας ηλικίας.

Ειναι πλέον καταφανής η αναγκαιότητα μίας άλλης προσέγγισης των Μαθηματικών. Ισχει αυτός να είναι ο λόγος, που την τελευταία δεκαετία παρατηρείται μια σημαντική αύξηση στη λογοτεχνική παραγωγή έργων που συνδέονται με τα Μαθηματικά. Οι δημιουργοί αυτών των έργων είναι συχνά κορυφαίοι μαθηματικοί που διακρίνονται, είτε στον τομέα της έρευνας (Ian Stewart, Χρίστος Παπαδημητρίου) είτε στον τομέα της διδασκαλίας (Denis Guedj).

Η «μαθηματική λογοτεχνία» μπορεί να παίξει το ρόλο της γέφυρας ανάμεσα στα μαθηματικά και την υπόλοιπη πολιτιστική δραστηριότητα. Η παιδεία έχει πολλά να κερδίσει με τη δημιουργική ενσωμάτωση των αφηγηματικών μαθηματικών στην εκπαιδευτική διαδικασία. Θεωρώντας εξειρεπικά σημαντική αυτή τη διαδικασία, η μη κερδοσκοπική ομάδα «Θαλής και Φίλοι», που δημιουργήθηκε από τον Απόστολο Δοξιάδη, τον Τεύκρο Μιχαηλίδη και κάποιους άλλους φίλους, Έλληνες και ξένους, έχει ως στόχο να δημιουργήσει γέφυρες από και προς τα Μαθηματικά. Τα τελευταία χρόνια γίνονται όλοι και περισσότερες αποδοτικές προσπάθειες να γεφυρώθει το πολιτιστικό χάσμα. Η ομάδα «Θαλής και Φίλοι» προτείνει στους εκπαιδευτικούς να οργανώσουν, σε εθελοντική βάση, ομάδες μαθητών που διαβάζουν μαζί και συζητούν ένα μαθηματικό βιβλίο και προσπαθεί να τους προσφέρει τη στήριξη που ενδεχομένως χρειάζονται (βιβλιογραφία, πρόσθιτο πληροφοριακό υλικό κλπ), για να οργανώσουν δραστηριότητες γύρω από αυτή την ανάγνωση.

Από το Σεπτέμβριο του σχολικού έτους 2005-2006 ξεκίνησε ένα πιλοτικό πρόγραμμα εισαγωγής των αφηγηματικών μεθόδων στη μαθηματική εκπαίδευση. Το πρόγραμμα περιλάμβανε μια σειρά διαλέξεων με μαθηματικό αντικείμενο, αλλά με αφηγηματικό χαρακτήρα, ώστε να είναι προσιτές στο ευρύτερο δυνατό κοινό. Με απλά λόγια απευθύνθηκε σε όλες τις ειδικότητες και όχι μόνο στους μαθηματικούς. Παράλληλα, δημιουργήθηκαν λέσχες ανάγνωσης μαθηματικής λογοτεχνίας, που λειτουργήσαν με επιτυχία σε αρκετά σχολεία της Πειραιά και της Αθήνας. (Για λεπτομέρειες επισκεφτείτε το site www.thalesandfriends.org)

Τη σχολική χρονιά που ακολούθησε, πάνω από εκατό λέσχες ανάγνωσης μαθηματικής λογοτεχνίας λειτούργησαν σε σχολεία από το Σουφλί μέχρι την Κρήτη. Πολλές από αυτές συναντήθηκαν τον Ιούνιο, στο Διήμερο Μαθηματικού Πανηγύρι που πραγματοποιήθηκε στο Μουσείο Μπενάκη, και έδωσε την ευκαιρία στους μαθητές να γνωριστούν μεταξύ τους και να παρουσιάσουν τη λέσχη τους και την εμπειρία που αποκόμισαν μέσα απ' αυτήν.

Η προσπάθεια για τη γεφύρωση του πολιτιστικού χάσματος συνεχίζεται. Τη σχολική χρονιά που διαύπτωσε, λειτούργησαν δεκάδες νέες λέσχες.

Πιστεύουμε πως, ως εκπαιδευτοί, μπορούμε να συμβάλουμε στη δημιουργία λεσχών ανάγνωσης και να προωθήσουμε το πρόγραμμα, τόσο, επειδή οφείλουμε στους μαθητές μας καινοτόμους προσεγγίσεις των Μαθηματικών, όσο και επειδή η πρωτική μας επιμόρφωση μέσα από τέτοιες δραστηριότητες μας προάγει.

Για πληροφορίες σχετικά με τη δημιουργία μιας λέσχης ανάγνωσης, είμαι στη διάθεσή σας.

ΚΑΤΕΡΙΝΑ ΚΑΛΦΟΠΟΥΛΟΥ
email: kalfokat@yahoo.gr

ΘΑΛΗΣ + ΦΙΛΟΙ

www.thalesandfriends.org

ΙΣΤΟΡΙΕΣ ΑΓΝΩΣΤΩΝ 2008 • ΣΚΙΑΘΟΣ 7 - 11 ΙΟΥΛΙΟΥ 2008

ΙΣΤΟΡΙΕΣ ΑΓΝΩΣΤΩΝ: ΕΡΓΑΣΤΗΡΙ ΛΕΣΧΩΝ ΑΝΑΓΝΩΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑΣ

7-11 ΙΟΥΛΙΟΥ 2008, ΣΚΙΑΘΟΣ

Πώς διαβάζεται ένα βιβλίο μαθηματικής λογοτεχνίας; Πώς συνδέονται τα μαθηματικά και η αφήγηση;

χώρα στην Σκιάθο στις 7 - 11 Ιουλίου 2008

Λόγω περιορισμένων θέσεων, παρακαλείσθε να δηλώσετε συμμετοχή το συντομότερο δυνατόν στο marina@thalesandfriends.org καθώς θα τηρηθεί σειρά προτεραιότητας.

«Το να γοντεύεται από ένα βιβλίο, από τη δύναμη μιας επιστήμης, από έναν άνθρωπο, είναι ένα σκαριοπάτι πιο κοντά στην εντονία!»

Carlo Trabetti

Η δική μας Λέσχη Ανάγνωσης

Η λέσχη ανάγνωσης του σχολείου μας ήταν μία ευχάριστη έκπληξη, που έδωσε χρώμα στην κουραστική λόγω μονοτονίας σχολική μας ζωής. Νιώσαμε την ανάγκη να φάσουμε, να προβληματιστούμε, να μάθουμε. Και ποιος είναι ο καλύτερος τρόπος για να πετύχει κανείς τα πατατάνια, αν όχι μέσα από ένα καλό λογοτεχνικό βιβλίο; Έτσι, λοιπόν, με υπεύθυνους καθηγητές τον κ. Α. Λύκο (μαθηματικός) και την κ. Β. Τριανταφύλλη (φιλόλογος), οι οποίοι επιμέληθηκαν τη συγκέντρωση της ομάδας και του απαραίτητου υλικού κάθε συνάντησης, ξεκίνησαμε το Σάββατο, 15 Δεκεμβρίου, με 17 μαθητές της Β' Λυκείου ανάμεσα στην κατευθύνσεων!



Το βιβλίο, το οποίο επιλέχθηκε, ήταν τα «Πυθαγόρεια Εγκλήματα», ένα μαθηματικό μυθιστόρημα του Τεύκρου Μιχαηλίδη, η πλοκή του οποίου διαδραματίζεται το 1900. Με φόντο της «Belle Epoque» εκτυλίσθηκε η ιστορία των δύο πρωταγωνιστών, δεμένη με αστυνομική πλοκή. Η ιστορία ξεκίνησε με την ομιλία του Ντ. Χίλμπερτ στις 8 Αυγούστου του 1900, στο διεθνές μαθηματικό συνέδριο του Παρισιού. Οπως αποδείχθηκε στη συνέχεια, το εξαιρετικό αυτό μαθηματικό μυθιστόρημα θεωρήθηκε ως ιδιαίτερη επιλογή για τη λέσχη μας, αφού όχι μόνο κίνησε το ενδιαφέρον κάθε μαθητή/τριας της ομάδας μας, αλλά και μας έκανε να καταλάβουμε πώς δύο φαινομενικά διαφορετικές επιστήμες, τα μαθηματικά και η λογοτεχνία, μπορούν να συνδυαστούν δινοντας ένα αξιόλογο αποτέλεσμα και κάνοντας μας να αναθεωρήσουμε τις απόψεις μας περί της «ψυχρότητας» των μαθηματικών, όπως αυτά διάδοκοι θα ήταν στη σχολεία και την μονάπλευρη θέωρηση των δύο επιστημών. Έτσι, λοιπόν, αφού καθορίζανταν ένας συγκεκριμένος αριθμός σελίδων που θα έπρεπε να έχουμε διαβάσει μέχρι την επόμενη συνάντηση, ερχόμασταν με όρεξη και προβληματισμός και ο χρόνος κυλούσε τόσο ευχάριστα και εποικοδομητικά που ούτε το καταλαβαίναμε!

Στην πρώτη συνάντηση μπήκαμε στο κλίμα της πλοκής του βιβλίου και παρακολούθησαμε μια μικρή παρουσίαση για τα σπουδαιότερα γεγονότα που διαδραματίστηκαν στο Παρίσι εκείνη την εποχή.

Από την επόμενη φορά, όμως, επεκτάθηκαμε και σε θέματα της τέχνης, στα οποία ο κυβισμός και η scientific art πρωταγωνίστησαν. Σε αυτό το σημείο, είδαμε και σχιλίσαμε πίνακες μεγάλων καλλιτεχνών, όπως οι Escher, Picasso, Lautrec κ.ά. και συζητήσαμε πέριξ όχι μόνο για το ζευγάριμα τέχνης και μαθηματικών, αλλά και το πώς μέσα από ένα έργο τέχνης μπορεί κανείς να δει έναν άλλο κόσμο. Κι έτσι συστήσαμε τις μη ευκελείδειες γεωμετρίες με τη ζωγραφική! Προβληματίστηκαμε έντονα, όταν μας ανέφεραν και άλλες γεωμετρίες εκτός από τη «δική μας ευκλείδεια». Δηλαδή, δεν είναι αυτή η αληθινή γεωμετρία, η σωστή; Την απάντηση για το ποια είναι η αληθινή γεωμετρία, μας δίνει ο Poincaré: «Μία γεωμετρία δεν μπορεί να είναι πιο αληθινή από την άλλη. Μπορεί να είναι μόνο πιο βολική». Σε αυτό το σημείο, λοιπόν, συνειδητοποίησαμε πώς αυτή που έμαθαν ήταν ένοντες αμφιλέγμενες. Ο κόσμος μας λειτουργεί με συμβάσεις, με όλα αυτά που εμείς έχουμε ορίσει! Είναι δυνατόν κανείς να προσεγγίσει ποτέ την απόλυτη αληθεία; Αν ναι, τότε δεν θα είχε πια ενδιαφέρον τη έρευνα και η επιστήμη; Θα σταματούσε εκεί. Μία επιστήμη παραμένει ζωντανή, μόνο όσο θέτει ακόμα προβλήματα». Συμφωνήσαμε, λοιπόν, στο ότι η ανακάλυψη της Αλήθειας των πάντων, εκτός από ανέντικη, θα ήταν και κάτια καταστροφικό. Τότε, όμως, γιατί χρησιμοποιούμε την έννοια «απελτής» με αρνητική σημασία; Καταλήγουμε πάλι σε όσα εμείς έχουμε ορίσει.

Στις συζητήσεις μας συμμετείχαν όλοι οι μαθητές απεξαρτήτων κατευθύνσεων. Δεν ήταν καθαρά μαθηματικές (δε ότι μπορούσαν άλλωστε να είναι), αλλά είχαν και φιλοσοφικό, ιστορικό και λογοτεχνικό περιεχόμενο.

Ορόσημο στη λειτουργία της λέσχης μας ήταν η συνάντηση με τον Τεύκρο Μιχαηλίδη, το συγγραφέα του βιβλίου, με τον οποίο η ομάδα μας είχε την ευκαιρία να συζητήσει! Ήταν μία υπέροχη εμπειρία για όλους μας, καθώς με λεπτό χιούμορ και με φιλικό τόνο, σαν να ήμασταν συμμαθητές, μας έλυσε πολλές απορίες, μας έχηγησε πώς γεννήθηκαν τα «Πυθαγόρεια εγκλήματα», συζήτησαμε για τη μαθηματική παιδεία στα σχολεία και φυσικά, του ζητήσαμε πώς θα βιβλία μας! Η «συνέντευξη» του κ. Μιχαηλίδη είναι δημοσιευμένη στο blog της λέσχης μας, pythagoreia.blogspot.com, το οποίο αξίζει να επισκεψθείτε!

Η προτελευταία συνάντηση της λέσχης μας ήταν ίσως η πιο ενδιαφέρουσα και η πιο έντονη, όχι γιατί θέταν στο τέλος του βιβλίου και αγωνιζόμενα για τα πάθα θα τελείων, αλλά και γιατί το κέντρο της συζήτησης ήταν η «λογική» των μαθηματικών και η «τρέλα» αυτών, οι οποίοι ασχολήθηκαν και αφέωρθαν τη ζωή τους σ' αυτή την επιστήμη! Η τελευταία συνάντηση είχε περισσότερο χαρακτήρα αποχαιρετισμού, όπου παρακολούθησαμε μία παρουσίαση με έργα του M.C. Escher και μιλήσαμε για τη ζωή του και την έντονη παρουσία μαθηματικών στους πίνακές του (κανονική διάρεση του επιπτώματος, συμμετρία, μη συζητείται γεωμετρίες κ.λπ.).

Συνοψίζοντας, όσα αποκομίσαμε από τις πολύωνες και έντονες συζητήσεις μας σχετικά με τα μαθηματικά, την τέχνη, τη λογοτεχνία και φυσικά την πλοκή του βιβλίου, νιώθουμε πολύ τυχέροι που μάθησες για πρώτη φορά ήθωσαν σε επαφή! Ευχαριστούμε πολύ τους ιδιές υπάρχουν σήμερα, και αυτό είναι το απαραίτητο συστατικό για τη λειτουργία τέτοιων επιμορφωτικών προγραμμάτων!

Κρίστος Μπάτζιου

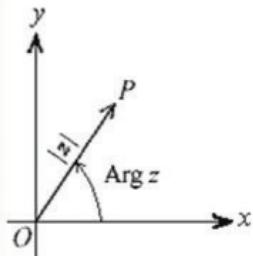
Μαθήτρια Β' Λυκείου του 1ου Γενικού Λυκείου Κομοτηνής

Ορίζεται λογάριθμος Αρνητικού αριθμού;

Στο σχολείο μαθαίνουμε ότι για κάθε $0 < a \neq 1$ και $\chi > 0$ ορίζεται ο $\log_a \chi = y$ για κάθε $y \in \mathbb{R}$ ώστε $a^y = \chi$.

Ισχύει δε ότι: $\log_a \chi^{\lambda} = \lambda \log_a \chi$, $\log_a (\chi \psi) = \log_a \chi + \log_a \psi$, $\log_a (\chi/\psi) = \log_a \chi - \log_a \psi$.

Μαθαίνουμε επίσης το Μιγαδικό επίπεδο, δηλαδή τη γεωμετρική παράσταση των Μιγαδικών αριθμών μορφής $z = \chi + \psi i = (|z|, \operatorname{Arg} z)$ με $\chi, \psi \in \mathbb{R}$ και $i^2 = -1$.



Και το ερώτημα: Γιατί πρέπει $\chi > 0$? Μπορεί να οριστεί $\log_a \chi$ και με $\chi < 0$;

Πρότα λέγη ιστορία: Ο λογάριθμος αρνητικής ποσότητας απασχόλησε από τον 17^ο αιώνα τα μεγαλύτερα μαθηματικά μυαλά, πριν μπει τάξη στο θέμα την σύγχρονη εποχή (νομίζω από τον Riemann).

Ο D' Alambert είχε προτείνει να θεσσούμε $\log(-1) = 0$ και γενικότερα $\log(-\chi) = \log(\chi)$. Ο συλλογισμός του ξεκίναγε από την ταυτότητα $(-\chi)(-\chi) = \chi\chi = \chi^2$, όπου λογαριθμίζοντας (και χρησιμοποιώντας εισαρκότητας τις ιδιότητες των λογαρίθμων θετικών αριθμών και στην περίπτωση των αρνητικών) προκύπτει $2\log(-\chi) = 2\log(\chi) = \log(\chi^2)$ και λοιπά.

Ο Euler περί το 1750 τού έγραψε επιστολή επισημαίνοντας ότι κάτι δεν πάει καλά, και ότι ο λογάριθμος αρνητικού αριθμού πρέπει να οριστεί ως κατάλληλος μιγαδικός και, μάλιστα, να λαμβάνει ύπορες τιμές.

Το πρόβλημα δεν ήταν καινούργιο στον Euler. Στα νιάτα του το είχε συζητήσει με τον δάσκαλό του, τον μεγάλο Johann Bernoulli, ο οποίος και αυτός έλεγε $\log(-1) = 0$ και γενικότερα $\log(-\chi) = \log(\chi)$.

Ο Johann Bernoulli στις αρχές του 1700 είχε αποδείξει τον εκπληκτικό τόπο ότι το εμβαδόν κυκλικού τομέα ακτίνας r με κορυφή το $(0,0)$ του μιγαδικού επιπέδου, μία πλευρά τον πραγματικό άξονα και «κορυφή» το σημείο $\chi + i\psi$ (όπου $i = \text{τετραγωνική ρίζα του } -1$) ισοδιάλλογη $\frac{\rho^2}{4i} \log(\frac{\chi+i\psi}{\chi-i\psi})$.

Ο τύπος δεν άρεσε στον Euler, γιατί θέτοντας $\chi=0$ δίνει ότι το εμβαδόν τετραποκυλίου είναι $\frac{\rho^2}{4i} \log(-1)$.

Εξιώνοντας με το ίσο του πρ²/4 βγαίνει $\log(-1) = \pi i$, και όχι 0 που λέγανε όλοι οι άλλοι. Το τελευταίο είναι ισοδύναμο με τον οριαίο τύπο $e^{i\theta} = -1$ του ίδιου του Euler, και ειδική περίπτωση του τύπου του $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$. Ο τελευταίος τύπος, σε ισοδύναμη μορφή, ήταν και νορίτερα γνωστός. Τον είχε ανακαλύψει ο εν πολλοίς ξέχασμένος σήμερα Roger Cotes στη μορφή $\log(\cos\theta + i\sin\theta) = i\theta$.

Έπειδη τα $\cos\theta$, $\sin\theta$ δεν αλλάζουν τιμή το θ γίνεται $0 + 2k\pi$ αλλά το δεξιά μέλος του τύπου του Cotes αλλάζει, οι μαθηματικοί έπεσαν σε αμηχανία ή σε ένοχη σιωπή.

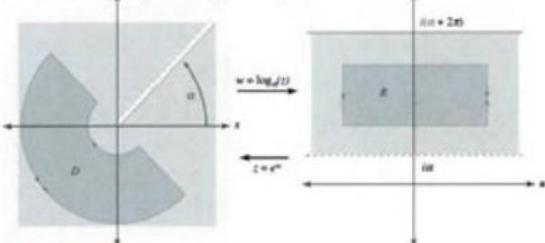
Ο Euler, παραδείγματος χάριν, σε μία πολύ βαθιά μελέτη των συναρτήσεων Γ και απειρογενών, έπεισε πάνω στην ποσότητα $\sqrt{i\log(-1)}$ για την οποία είπε, χωρίς

εξήγηση, ότι ισούται με $\sqrt{\pi}$. Αυτό δύος είναι εν μέρη σωστό, αλλά στον δάσκαλο Euler πρέπει να υποκλινόμαστε με σεβασμό συγχωρόντας τις μικροαπελεύτες του...

Αυτή είναι μια σύντομη ιστορία για το θέμα, και είμαι βέβαιος ότι κάποιος που το ενδιαφέρει το θέμα μπορεί να βρει πολλά ακόμη.

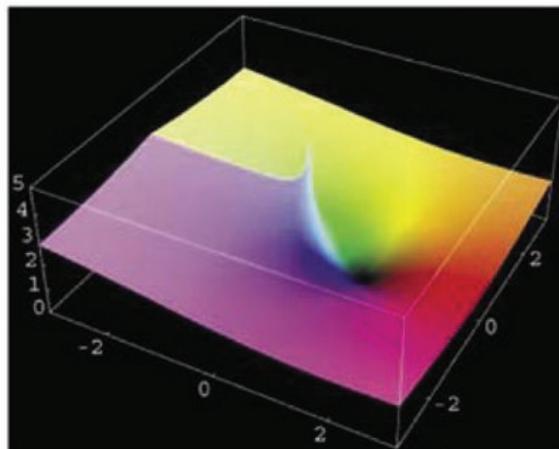
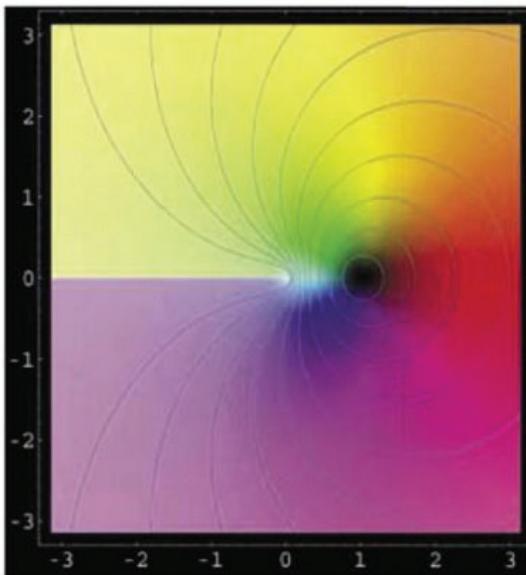
Και τώρα τι γίνεται; Ορίζουμε λοιπόν, τον λογάριθμο αρνητικής ποσότητας και γενικότερα μη μηδενικής μιγαδικής ποσότητας ζ ως την πλειότητα συνάρτηση $\log \zeta = \ln|\zeta| + i(\theta + 2k\pi)$, όπου θ ο πρώτα του ζ (με $-\pi < \theta < \pi$). Ειδικά ορίζουμε τον «κύριο κλάδο» της συνάρτησης αυτής, συμβολικά $\text{Log} \zeta$ (κεφαλαίο Λ), την (μονότιμη) συνάρτηση που από το διάφορα μιγαδικά μέρη της παράστασης του λογ ζ λαμβάνουμε το κύριο όρισμα (εκείνο με $-\pi < \theta < \pi$) και $k=0$. Σύμφωνα με αυτά είναι π.χ. $\text{Log} 1 = 2k\pi$, $\text{Log} 1 = 0, \text{Log}(-1) = (2k+1)\pi i$, $\text{Log}(-1) = \pi i$, $\text{Log}(-e) = \ln e + i(\operatorname{Arg}(e) + 2k\pi)$ και $\text{Log}(-e) = 1 + \pi i$.

$$\text{Log}(1+i) = \ln|1+i| + i\frac{\pi}{4} = \ln\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + i\frac{\pi}{4}$$



Τα πράγματα δεν τελειώνουν εδώ

Τάξεις έφη Riemann: Για να μπορέσουμε να κάνουμε καλά μαθηματικά με τους λογαρίθμους, και να αποφύγουμε την πλειοτιμία, επινοούμε τις λεγόμενες επιφάνειες Riemann. Πρόκειται για "φύλλα" πάνω στο μιγαδικό επίπεδο που το τέλος του ενδιένει είναι η αρχή του περόμενου. Ειδικά για τον λογάριθμο η συνηθέστερη επιφάνεια Riemann είναι τομή του μιγαδικού επιπέδου κατά τον θετικό πραγματικό άξονα, και τα φύλλα να περνάνε το ένα στο επόμενο σε αυτή την εγκοπή.



Τα προχωρημένα βιβλία Μιγαδικής Ανάλυσης, ή δύο ασχολούνται με επιφάνειες Riemann, εμπειριζόντων την σχετική θεωρία του λογαρίθμου από αυτή την σκοτιά. Ας προσθέσουμε ότι, κατά την πείρα μου, το κεφάλαιο "επιφάνειες Riemann" στα βιβλία Μιγαδικής Ανάλυσης είναι ένα σημείο που το διαβάζουν μόνο οι... συγγραφείς τους. Terra incognita για εμάς τους πιο λογαριθμούς, που το βλέπουμε αλλά... δεν το κοιτάμε! Ομολογώ πάντοις ότι ο ίδιος το διάβασα όπως το διάβασα κακήν κακώς, ως φοιτητής αλλά από τότε μάλλον δεν το ξανακούμπησα. Αμαρτία εξομολογημένη ίσον αμαρτία συγχωρεμένη.

Περισσότερες πληροφορίες στο βιβλίο "Complex Analysis" του L. Ahlfors ή στο R. Churchill και J. Brown, "Μιγαδικές συναρτήσεις και Εφαρμογές" των Πανεπιστημιακών Εκδόσεων Κρήτης.

Επίσης στους διαδικτικούς τόπους:

- <http://www.geom.uiuc.edu/~banchoff/script/CFGExp.html>
- <http://math.fullerton.edu/mathews/c2003/ComplexFunLogarithmMod.html>
- http://en.wikipedia.org/wiki/Complex_logarithm
- http://www.kfunigraz.ac.at/imawww/vqm/pages/complex/15_log.html

ΑΠΟ ΤΟ ΧΑΡΒΑΡΝΤ ΣΤΟ ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΜΕ ΒΑΛΙΤΣΑ...1,13 ΕΚ. ΕΥΡΩ

Στο Εργαστήριο και Τομέα Μηχανικής, του Γενικού Τμήματος της Πολυτεχνικής Σχολής του Α.Π.Θ., θα συνεχίσει την έρευνά της για τα επόμενα 5 χρόνια, με επιχορήγηση ύψους 1,13 εκατ. ευρώ, η μόλις 24 ετών **Κατερίνα Αϊφαντή**. Είναι η νέότερη σε ηλικία ερευνήτρια στον κόσμο η οποία πέτυχε, στον πρώτο διαγωνισμό επιχορηγήσεων του Ευρωπαϊκού Συμβουλίου Έρευνας (European Research Council, ERC), να χρηματοδοτηθεί για την έρευνα της με θέμα: «Διερευνώντας τη Μετάβαση από τη Μικροκλίμακα στη Νανοκλίμακα: Θεωρεία/πειραματικός προσσωπισμός/εφαρμογές». Σκοπός της για τα επόμενα χρόνια είναι να μελετήσει στο Α.Π.Θ. τη μετάβαση από τη μικρο-κλίμακα στη νανο-κλίμακα, εμπλουτίζοντας με έννοιες από στοχαστική ανάλυση και μοριακή δύναμικη το μοντέλο της μηχανικής του συνεχούς με τη θεωρία της για διεπιφάνειες, που ανέπτυξε στο **Κέμπριτζ** της Αγγλίας και επιβεβαίωσε με Νανοδιεύδυνση στο **Γκρόνινγκεν** της Ολλανδίας.

Η **Κατερίνα Αϊφαντή** έγινε δεκτή από το Τεχνολογικό Πανεπιστήμιο των Μιτσιγκαν των ΗΠΑ, σε ηλικία 16 ετών (το Δημοτικό και Γυμνάσιο παρακολούθησε



στη **N. Krönen** της Θεσσαλονίκης και στο Χότον του Μίτσιγκαν) και ολοκλήρωσε τις προπτυχιακές σπουδές της σε τρία έτη. Στη συνέχεια, με υποτροφία του Εθνικού Ιδρύματος Επιστημών των ΗΠΑ, έκανε μεταπτυχιακό στο Πανεπιστήμιο του Κέμπριτζ στην Αγγλία και το 2005, σε ηλικία μόλις 21 ετών, είχε ήδη τελειώσει το διδακτορικό της στο Πανεπιστήμιο του **Γκρόνινγκεν**, στην Ολλανδία, όπου διακρίθηκε ως η νέότερη επιστήμονας, που έχει λάβει PhD στη χώρα αυτή. Έχει, ήδη, συνεργάστει και δημοσιεύσει από κοινού με παγκο-

σμίως γνωστούς επιστήμονες, όπως ο καθηγητής **John Willis** από το Κέμπριτζ, ο καθηγητής **Jeff De Hossen** από το Γκρόνινγκεν, ο καθηγητής **John Dempsey** από την Νέα Υόρκη, ο καθηγητής **Alexey Romanov** από την Αγία Πετρούπολη, ο καθηγητής **Alfonso Ngan** από το Χότον Κούκ, αλλά και με συνεργάτες της στο Μίτσιγκαν και τη Θεσσαλονίκη όπως ο καθηγητής **Steve Hackney** και ο λέκτορας του Α.Π.Θ. **Αθασίαμ Κωνσταντινίδης**.

Σύμφωνα με την Έκθεση Αξιολόγη-

σης του ERC, «είναι προκισμένη με μοναδικά προσωπικά χαρακτηριστικά, άξια επισήμανσης που την καθιστούν εξαιρετικά ενεργητική, επινοητική, αισιόδοξη και φιλόδοξη, δηλαδή τα ακριβή γνωρίσματα ενός νέου υποσχόμενου αστεριού... Με άλλα λόγια, έχει καταδείξει μία μεγάλη δυνατότητα να γίνει επιστήμονας πτυχιού σπουδών διάκρισης».

Να σημειωθεί ότι το Ευρωπαϊκό Συμβούλιο Έρευνας (ERC), όπου Πρόεδρος είναι ο Έλληνας Καθηγητής **Φώτης Καφάτος**, ιδρύθηκε το 2005 με προϋπολογισμό 7,5 δις ευρώ για επτά χρόνια και αποτελεί τμήμα του Ειδικού Προγράμματος «ΙΔΕΕΣ», του 7^{ου} Προγράμματος Πλαισίου. Το ERC ιδρύθηκε για την αναβάθμιση και προσαγγίγη βασικής έρευνας στην Ευρώπη. Στον πρώτο διαγωνισμό (ERC Starting Grants) για νέους επιστήμονες από 2-9 ηλικία μετά το διδακτορικό τους, επελέχθησαν 300 από 9167 αιτήσεις – 4 από την Ελλάδα: 1 από το Α.Π.Θ., 1 από το ΙΤΥ Πατρών, και 2 από το ΙΤΕ Κρήτης.

**ΠΡΥΤΑΝΕΙΑ
ΓΡΑΦΕΙΟ ΤΥΠΟΥ Α.Π.Θ.**

Έρωτας και Μαθηματικά

Πριν ένα μήνα, σε μια τάξη 3^η γυμνασίου, λύναμε ασκήσεις δευτεροβάθμιας εξισώσεων. Στον πίνακα ήταν ο Γιωργάκης και μετά από - αρκετές - είναι η αλιθεια - πράξεις, βρήκε τη διακρίνουσα μικρότερη από το μηδέν. Την ίδια στιγμή, ο Γιωργάκης (πως θα τα βγάλω πέρα μαζί του; Είναι ο πιο "άτακτος" μαθητής μου) με ρώτησε αν είμαι ερωτευμένος!

Δεν έδωσα σημασία, αλλά γυρνώντας προς τον πίνακα και βλέποντας το αποτέλεσμα, παραπήρησα άλλη μια σχέση των μαθηματικών με τη ζωή! Με τον έρωτα στη συγκεκριμένη περίπτωση!

Τα παιδιά της 3^{ης} γυμνασίου πρέπει να μάθουν πως, αν η διακρίνουσα είναι μικρότερη από το μηδέν, η εξίσωση δεν έχει λύσεις. 3 χρόνια μετά, κάποιοι από αυτούς, θα μάθουν πως έχει λύσεις, οι οποίες μάλιστα περιέχουν "φανταστικούς" αριθμούς! Έτσι ακριβώς, ήμουν κι εγώ εκείνη τη περίοδο! Δεν ήμουν πραγματικά ερωτευμένος. Ούτε καν σχέση είχα! Απλά στη σημεία της φαντασίας μου τριγυρούσαν 2 κοπτέλες. Όσες και οι φανταστικές λύσεις της εξίσωσης που λύναμε! Ήταν ένα από τα παιχνίδια που κάνει το μωρό, απλά για να μη νοιώθουμε αυτό που λέμε "κενό".

Τί να γίνεται άραγε στην περίπτωση που η διακρίνουσα είναι ίση με το μηδέν, η εξίσωση έχει **MIA** και **MONADIKH** λύση! Έτσι κι εγώ, εκείνη τη περίοδο στο μωρό μου είχα **MIA** και **MONADIKH** γυναίκα!

Και όταν η διακρίνουσα είναι μεγαλύτερη από το μηδέν; Λίγο πριν αρχίσει το μάθημα, άκουσα τον Γιωργάκη να λέει στους συμμαθητές του πως τα έχει με τη Δέσποινα, αλλά βγαίνει και με τη Δήμητρα! Δεν ξέρει ποια να διαλέξει τώρα το καμάρι μου!

Όταν η διακρίνουσα είναι μεγαλύτερη από το μηδέν, η εξίσωση έχει 2 λύσεις! Ακριβώς, όσες και οι "λύσεις" στο πρόβλημα που έχει ο Γιωργάκης! "Κύριε, τι κάνω τώρα; Η διακρίνουσα μου βγήκε αρνητική!" είπε ο Γιαννάκης.

Βρήκα, λοιπόν, αφορμή και τους εξήγησα τι σκεπτόμουν εκείνη τη στιγμή. Πως όταν η διακρίνουσα είναι ίση με το μηδέν, βρισκόμαστε στην τέλεια ισορροπία! Οταν είναι μεγαλύτερη του μηδενός, έχουμε, όπως

ο Γιωργάκης, δύο επιλογές, δηλαδή δύο διαφορετικές λύσεις και όταν είναι μικρότερη από το μηδέν, είμαστε δυστυχισμένοι, γιατί ζωή χωρίς έρωτα δεν έχει νόμα! Έτσι και η εξίσωση: δεν έχει λύσεις και είναι αδύνατη! Δεν έχει νόμα δηλαδή! Ο έρωτας, λοιπόν, είναι μια εξίσωση!

Για κάθε άνθρωπο, η εξίσωση αυτή είναι διαφορετική. Επίσης, ακόμη και για τον ίδιο άνθρωπο, σε διαφορετική στιγμή της ζωής του, ο έρωτάς του εκφράζεται και από διαφορετική εξίσωση.

Εσάς αυτή τη περίοδο ποιά εξίσωση εκφράζει τον έρωτά σας:

ΥΓ.1: Το περίεργο είναι πως όχι μόνο κατάλαβαν τη διακρίνουσα, αλλά δεν έκαναν ξανά λάθος! Μάλιστα, όταν έβγαινε μεγαλύτερη από το μηδέν, φωνάζαν ότι η εξίσωση έχει δυο γκόμενους! Επειδή η εξίσωση είναι γένους θηλυκού, κι επειδή είχε περίσσει περισσότερες πράξεις με 2 λύσεις, την έλεγαν «πόρνη!» (δεν είναι και τα ηδικότερα παιδιά οι μαθητές μου...) Όταν η διακρίνουσα έβγαινε μηδέν, έλεγαν πως η εξίσωση είναι «κυρία», καθώς έχει μόνο έναν και δεν κοιτάζει δεξιά κι αριστερά. Και όταν η διακρίνουσα έβγαινε μικρότερη από το μηδέν, παρηγορούσαν την εξίσωση λέγοντάς της πως σε 3 χρόνια θα της βρούν κάποιον να ερωτευτεί! Τους είχα αναφέρει λίγα πράγματα για τους φανταστικούς αριθμούς...

ΥΓ.2: Καμιά φορά στη διδασκαλία, ο εκπαιδευτικός πρέπει να βρίσκει τρόπους και κίνητρα για να περάσει στους μαθητές αυτά που θέλει. Ο έρωτας στην προκειμένη περίπτωση, δούλεψε προς άφελος όλων...

Κουτσουρίδης Κώστας

Σχόλιο σύνταξης: τα μαθηματικά, όπως δείχνει το δημοσίευμα που προέρχεται από την Καθηγερινή, επιστρατεύτηκαν στην υπηρεσία του έρωτα και... μεγαλούργησαν. "Η λήψη απόφασης με συναισθηματισμό πάσχει σοβαρά, όπως υποστηρίζει ο διακεκριμένος μαθηματικός, Garth Sundem, αλλά μπορεί να καθοριστεί με ένα απλό άθροισμα:

$$\frac{W+G+2A_r}{3A_n} - \frac{R}{20} = A_s$$

Οπου W = η ευφύΐα στο διάλογό σας, G = η προθυμία μας συνεχίστε, A_r = η ελκυστικότητά της/του, και R = η «προσήλωσή» της/του στην τωρινή σχέση. Όλες οι μεταβλητές κυ-

μαίνονται μεταξύ 1 και 10, όπου το 10 σημαίνει πάρα πολύ ή υψηλή. Ανάλογα με το αποτέλεσμα Ask - να ζητήσετε ραντεβού - η πιθανότητα επιπτυχίας σας είναι η εξής:

- Αν το Ask είναι μεταξύ μηδέν και ένα, έχετε απειροελάχιστη πιθανότητα να «κερδίσετε».
- Αν το Ask είναι μεταξύ ένα και δέκα, τότε βρίσκεστε σε καλό δρόμο, η πιθανότητα επιπτυχίας είναι ευνοϊκή.
- Αν το Ask είναι μεγαλύτερο από το δέκα, τότε καλύτερα να στρέψετε την προσοχή σας αλλού.

Kαι ένα αφιέρωμα στην στον.....

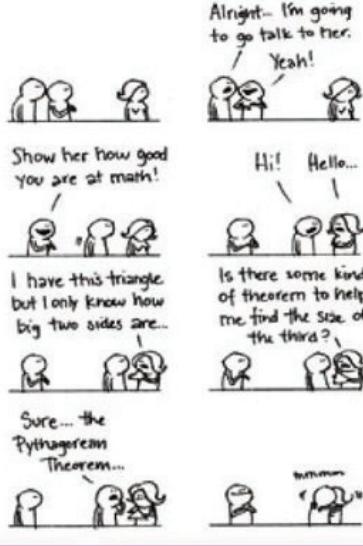
♥ Είσαι το γενικευμένο ολοκλήρωμα των συναισθημάτων μου.

♥ Η χρυσή τομή "φ" της καρδιάς μου.

♥ Η εξίσωση Schroedinger στις τρεις διαστάσεις της ψυχής μου.

♥ Ο σχετικιστικός χρόνος, στο χώρο του μυαλού μου.

♥ Η υπέρυθρη ακτινοβολία που με ζεσταίνει



Οι 1.814.400 πιθανές ονομασίες της FYROM



όλους μας: η λέξη «Μακεδονία» θα είναι μέρος του ονόματος του κρατίδιου αυτού.

Επειδή η FYROM, αλλά και τα υπόλοιπα εμπλεκόμενα κράτη, εμμένουν στο όνομα «Μακεδονία», ίσως θα ήταν προτιμότερο, αντί να αναζητούμε έναν άχαρο επιθετικό προσδιορισμό, να αποδεχτούμε την ύπαρξη των γραμμάτων της λέξης «Μακεδονία» και να προτείνουμε απλά την εναλλαγή της σειράς τους. Άλλα, πόσες λέξεις μπορούμε να φτιάξουμε χρησιμοποιώντας αυτά τα εννέα γράμματα; Στην πρώτη θέση έχουμε εννέα δυνατές επιλογές (οποιοδήποτε από τα γράμματα της λέξης «Μακεδονία»*). Στη δεύτερη θέση μπορούμε να τοποθετήσουμε οποιοδήποτε από τα οκτώ εναπομείναντα γράμματα, στην τρίτη θέση έχουμε επτά επιλογές, στην τέταρτη έξι κ.λπ. Συνολικά έχουμε τη δυνατότητα να κατασκευάσουμε $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 362.880$ λέξεις. Αν θεωρήσουμε επιπλέον πως η κάθε λέξη έχει τη δυνατότητα να τονιστεί με πέντε διαφορετικούς τρόπους (σε καθένα από τα πέντε φωνήντα) και αποδεχτούμε το γεγονός ότι θα συναντήσουμε και λέξεις που θα τονίζονται πριν την προπαραλήγουσα (αν και αυτό αντιβαίνει στους γραμματικούς κανόνες της ελληνικής γλώσσας), τότε θα έχουμε $362.880 \cdot 5 = 1.814.400$ πιθανές ονομασίες.

Φυσικά, οι περισσότερες από αυτές δεν θα είναι αναγνώσιμες - αναγνωρίσιμες. Πώς για παράδειγμα, θα σας φαινόταν αν το κράτος ονομαζόταν «Μκνιεασσό»; Ο, τι καλύτερο για την ελληνική διπλωματία! Ένα κράτος, με ένα όνομα που δεν διαβάζεται. Θα είναι σχεδόν, σαν να μην υπάρχει. Άλλωστε, αυτό δεν εύχονται, χωρίς ποτέ να το εκφράζουν φωνάξτα, οι ελληνες πολιτικοί. Υπάρχουν και μερικές λέξεις που θα σχηματίζονταν από τα γράμματα της λέξης «Μακεδονία» και θα υπήρχαν πολλοί που θα τις έβρισκαν ενδιαφέρουσες για το «ανεπιθύμητο» κράτος. Τί θα λέγατε αν ονομαζόταν «Καμενοδία»; Σίγουρα, πολλοί θα το πρότειναν!

Φανταστείτε πόσα χρόνια μπορεί να χρειαστούν οι ξένοι διπλωμάτες μέχρι να επιλέξουν το καταλληλότερο από τα 1.814.400 διαφορετικά ονόματα, με δεδομένο ότι δυσκολεύονται με μόλις τρεις - τέσσερις προτεινόμενους επιθετικούς προσδιορισμούς. Κάτι τέτοιο πιθανόν, να ευνοούσε και την ελληνική πλευρά, καθώς δεν είναι λίγοι αυτοί που ισχυρίζονται πως η μη-λύση του προβλήματος λειτουργεί ευεργετικά για την Ελλάδα.

Οι συνομίλιες για το όνομα, αν και συνεχίζονται ακόμη, δεν φαίνεται να οδηγούν σε ικανοποιητικά αποτελέσματα. Για το λόγο αυτό, στις 3 Απριλίου 2008, ο Έλληνας πρωθυπουργός άσκησε το δικαίωμα του βέτο στην ολομέλεια του NATO, εμποδίζοντας τη γειτονική μας FYROM να ενταχθεί στη Βόρειο-Ατλαντική συμμαχία.

Το βέτο από μόνο του είναι μία έννοια που αντιτίθεται στην μαθηματική λογική. Ένα κράτος διαφωνεί και μπορεί από μόνο του να αποτρέψει μία κοινή απόφαση των υπόλοιπων 25 μελών του NATO και των 23 λεγόμενων συνεταίρων. Μία ιδιότυπη ανισότητα φαίνεται να κάνει την εμφάνισή της: $1 > 48$!

Τέτοιες ανισότητες εμφανίζονται συχνά στη διεθνή πολιτική σκηνή (οι Η.Π.Α. έχουν μια τάση να τις χρησιμοποιούν), αλλά είναι απίθανο να εμφανιστούν στα μαθηματικά. Ωστόσο, μερικές φορές, οι μαθηματικές θεωρίες παράγουν αποτελέσματα που στον κοινό νου φαντάζουν αδύνατα. Ποιός, μη μαθηματικά καταρτισμένος, θα μπορούσε να αντιληφθεί πως ο μιγαδικός αριθμός $2008 + 2008i$ (για τους μη ειδικούς ο ί είναι ένας φανταστικός αριθμός τέτοιος ώστε $i^2 = -1$) δεν είναι μεγαλύτερος από τον $3 + 3i$ για τον απλό λόγο ότι δεν υφίσταται διάταξη στο σώμα των μιγαδικών αριθμών;

Μία τέτοιου τύπου μαθηματική προσέγγιση του προβλήματος της ονομασίας της γειτονικής χώρας σίγουρα δεν είναι πρακτικά εφικτή. Από την άλλη, όμως, κανείς δεν μπορεί να μας βεβαιώσει, ότι μία ενδεχόμενη συμφωνία για έναν γεωγραφικό-εννοιολογικό επιθετικό προσδιορισμό της λέξης «Μακεδονία», θα οδηγήσει σε ουσιαστική εξάλειψη του πραγματικού προβλήματος, που έχει τη βάση του στο ιστορικό γίγνεσθαι της περιοχής.

* για απλοποίηση του προβλήματος ας θεωρήσουμε, ότι τα δύο γράμματα «α» της λέξης «Μακεδονία», είναι διαφορετικά μεταξύ τους.

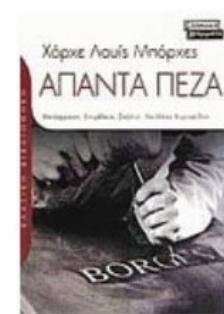
Ανδρέας Θ. Λύκος

Βιβλία για Όλους



Μπόρχες σημαίνει, για τα εκατομμύρια των φανατικών του αναγνωστών σε όλο τον κόσμο, ένα σύμπαν δημιουργημένο από την αρχή με τα υλικά που πλάθονται τα όνειρα. Ένα σύμπαν που συγκροτείται από επάλληλους Λαβυρίνθους (που διαφέρουν στις διακαδάσωσεις αν και είναι ομόκεντροι), ένα σύμπαν Βιβλιοθήκη όπου οι πάντες χάνονται αναζητώντας το Νόημα.

Σ' αυτό το δαιδαλώδες τοπίο των συναρπαστικών του γραπτών - και ίδιως των πεζών κειμένων - που συγκεντρώνονται όλα για πρώτη φορά σε ενιαίο τόμο, η πραγματικότητα είναι μια απάτη, ο ορθός λόγος συνιστά αυθαιρεσία και ό,τι μπορεί να φανταστεί κανείς, είτε έχει ήδη συμβεί είτε επικείται να συμβεί στο παιγνιώδες σύμπαν του Μπόρχες, ο ένας είναι γέννημα της φαντασίας κάποιου άλλου και σε μια θεία χρονική στιγμή, σε μια ανύπτητη επιφάνεια μια ολόκληρη ζωή μπορεί να δικαιωθεί... Άπαντα τα Πεζά του Χόρχε Λουίς Μπόρχες, σε αυτή τη νέα οριστική έκδοση, από τον επί χρόνια μελετητή και μεταφραστή του έργου



Οι λέξεις είναι σύμβολα που προϋποθέτουν κοινές μνήμες. Αυτή που πασχίζω τώρα εδώ να εξιστορήσω, είναι μόνο δική μου - όσοι τη μοιράστηκαν μαζί μου, έχουν τρεθάνει. Οι μυστικοτέρες επικαλούνται ένα ρόδο, ένα φιλί, ένα πουλί, που είναι όλα τα πουλιά, έναν ήλιο, που είναι ταυτόχρονα όλα τ' άστρα και ο ήλιος, μια κανάτα κρασί, έναν κήπο ή τη σεξουαλική πράξη. Καμιά απ' αυτές τις μεταφορές δεν μπορεί να με βοηθήσει ν' ανακαλέσω εκείνη τη μακρά νύχτα αγαλλιασης, που ευτυχείς και εξαντλημένους, μας άφησε στα πρόθυρα της αυγής. //

του, τον Αχιλέα Κυριακίδη, επιτρέπουν στον αναγνώστη να διαβάσει το μεγάλο κλασικό συγγραφέα του εικοστού αιώνα με τη μορφή ενός συγκλονιστικού εν προόδῳ χρονικού του σύγχρονου πολιτισμού μας. Ακολουθούν δύο ακόμα τόμοι: Άπαντα τα Δοκίμια και Άπαντα τα Ποιητικά

Αποσπάσματα

(...)

Το σύμπαν (που άλλοι το λένε "Η Βιβλιοθήκη") αποτελείται από έναν ακαθόριστο και ίσως άπειρο αριθμό εξαγωγικών στοών, με τεράστιους αεραγωγούς στη μέση, περιφραγμένους με πολύ χαμηλά κάγκελα. Από οποιοδήποτε εξάνων, φαίνονται οι πάνω και οι κάτω όροφοι, απέλειωτα. Η διαρρύθμιση των στοών είναι απαραλλαχτη. (...)

Γιατί εγώ πιστεύω πως η Βιβλιοθήκη είναι απέραντη. Οι ιδεαλιστές υποστηρίζουν πως οι εξαγωγικές αίθουσες είναι μια αναγκαία μορφή του απόλιτου χώρου ή, έστω, της αίσθησης που έχουμε για το χώρο. Θεωρούν αδιανόητη μιά αίθουσα τριλωνική ή πενταγωνική. (Οι μυστικότες, από την άλλη, ισχυρίζονται πως η έκσταση τους αποκάλυψε μιά κυκλική κάμαρα, όπου υπάρχει ένα μόνο τεράστιο κυκλικό βιβλίο με συνεχή ράχη, που πιάνει ολόγυρα όλους τους τοίχους η μαρτυρία τους. Ωστόσο, είναι ύποπτη και σκοτεινά τα λόγια τους: το κυκλικό αυτό βιβλίο είναι ο Θέος.) (...)