

Το λεξιλόγιο της Λογικής

Ονομάζουμε ισχυρισμό κάθε πρόταση που μπορεί να χαρακτηριστεί αληθής ή ψευδής.

Σχόλιο: Είναι δυνατόν μια έκφραση που περιέχει μεταβλητές να γίνεται ισχυρισμός, άλλοτε αληθής και άλλοτε ψευδής, αν οι μεταβλητές αντικατασταθούν με συγκεκριμένες τιμές.

Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι η έκφραση: $\alpha > \beta$.

Η έκφραση $\alpha > \beta$ για τις τιμές $\alpha = 4$ και $\beta = 3$ γίνεται αληθής ισχυρισμός.

Η έκφραση $\alpha > \beta$ για τις τιμές $\alpha = 1$ και $\beta = 2$ γίνεται ψευδής ισχυρισμός.

Βασικές λογικές πράξεις

<p>Συνεπαγωγή $P \Rightarrow Q$</p>	<p>Αν P και Q είναι δύο ισχυρισμοί τέτοιοι ώστε, όταν αληθεύει ο P να αληθεύει και ο Q, τότε λέμε ότι ο P συνεπάγεται τον Q και γράφουμε:</p> $P \Rightarrow Q$ <ul style="list-style-type: none"> • ο ισχυρισμός P λέγεται υπόθεση • ο ισχυρισμός Q λέγεται συμπέρασμα <p><u>Εφαρμογή:</u></p> $\alpha = \beta \Rightarrow \alpha^2 = \beta^2$ <p>Σχόλιο: Σε μια αληθή συνεπαγωγή $P \Rightarrow Q$, για οποιοσδήποτε τιμές των μεταβλητών για τις οποίες είναι αληθής η υπόθεση P, είναι αληθές και το συμπέρασμα Q. Με άλλα λόγια, δεν είναι δυνατόν να υπάρχουν τιμές των μεταβλητών, για τις οποίες η υπόθεση P να είναι αληθής και το συμπέρασμα Q να είναι ψευδές.</p>
<p>Ισοδυναμία $P \Leftrightarrow Q$</p>	<p>Αν P και Q είναι δύο ισχυρισμοί τέτοιοι ώστε, όταν αληθεύει ο P να αληθεύει και ο Q και όταν αληθεύει ο Q να αληθεύει και ο P, δηλαδή όταν αληθεύουν οι συνεπαγωγές $P \Rightarrow Q$ και $Q \Rightarrow P$, τότε λέμε ότι ο ισχυρισμός P είναι ισοδύναμος με τον ισχυρισμό Q και γράφουμε:</p> $P \Leftrightarrow Q$ <p><u>Εφαρμογή:</u></p> $\alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha + \gamma = \beta + \gamma$ <p>Σχόλιο: Σε μια αληθή ισοδυναμία $P \Leftrightarrow Q$, για οποιοσδήποτε τιμές των μεταβλητών οι ισχυρισμοί P και Q είναι αληθείς και οι δυο ή ψευδείς οι δύο. Με άλλα λόγια, δεν είναι δυνατόν να υπάρχουν τιμές των μεταβλητών, για τις οποίες ο ένας ισχυρισμός να είναι αληθής και ο άλλος ψευδής.</p>
<p>Διάζευξη $P \text{ ή } Q$</p>	<p>Αν P και Q είναι δύο ισχυρισμοί, τότε ο ισχυρισμός «P ή Q» αληθεύει μόνο στην περίπτωση που ένας τουλάχιστον από τους δύο ισχυρισμούς αληθεύει.</p> <p><u>Εφαρμογή:</u></p> $\alpha \cdot \beta = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0 \text{ ή } \beta = 0$
<p>Σύζευξη $P \text{ και } Q$</p>	<p>Αν P και Q είναι δύο ισχυρισμοί, τότε ο ισχυρισμός «P και Q» αληθεύει μόνο στην περίπτωση που και οι δύο ισχυρισμοί αληθεύουν.</p> <p><u>Εφαρμογή:</u></p> $\alpha \cdot \beta \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0 \text{ και } \beta \neq 0$